九州大学理学部物理学科（物理学コース）

令和７年度 第３年次編入試験

物理学

令和６年９月７日（土）　９：００-１２：００

注意事項

(1) 試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと.

(2) 問題冊子は表紙を含めて１０ページ（空白のページを除く）で, 問題は [I] から [IV] まである.

(3) 全ての解答用紙に, 受験番号を記入すること.

(4) 解答は指定された解答用紙に記入すること. 特に指定のない場合には, 裏面を使って解答してもよい. 下書きには, 問題冊子の余白や裏面などを利用し, 解答用紙の余白には下書きをしないこと.

(5) 解答用紙に書ききれない場合や, 用紙を取り替えたい場合は, 試験監督に申し出ること.

(6) 問題冊子は持ち帰ってよい.

[I] (80 点)

[I-1]

摩擦のない水平面上に，長さ $4a$ の糸を張力 T で張り，両端を固定する。糸を 4 等分する 3 点に質量 m の質点をとりつける。図 I-1 のように，x 軸を糸の両端を結ぶようにとり，y 軸を水平面内で x 軸と垂直な向きにとり，質点が y 方向に動くときの微小振動を考える。質点が y 方向のみに動き，そのときの張力の大きさ T が一定に保たれるとして，以下の問いに答えよ。

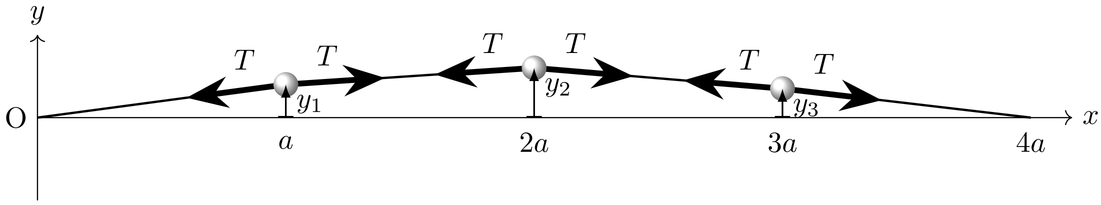

図 I-1. 水平面上に置かれた糸と 3 質点を真上から見た図

(1) $|y_1|$, $|y_2|$, $|y_3|$ が a に比べて十分小さいとき，中央の質点にはたらく張力の y 成分が $-\dfrac{T(y_2 - y_1)}{a} + \dfrac{T(y_3 - y_2)}{a}$ と近似されることを示せ。

(2) 各質点の運動方程式を (1) の近似を用いて表せ。答えのみでよい。

(3) 前問で求めた運動方程式を 3×3 の行列 $\boldsymbol{A}$ を用いて

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = -\frac{T}{ma}\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

と表すとき，$\boldsymbol{A}$ の各成分を答えよ。答えのみでよい。

(4) $\boldsymbol{A}$ の固有値および対応する固有ベクトルを計算せよ。固有ベクトルを規格化せずに答えてよい。

(5) 3 つの基準振動について，振動数および対応する変位の比 y_2/y_1, y_3/y_1 を答えよ。答えのみでよい。

[I-2]

図 I-2 のように，コインが傾きを一定に保ちながら，水平な円周上を一定の速さで転がる条件を，以下の手順で求めよ。

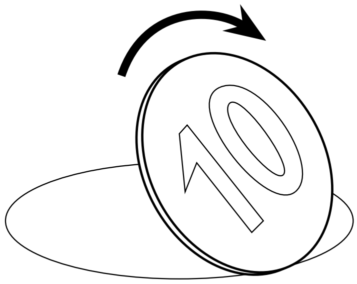

図 I-2

コインは，厚さの無視できる半径 a，質量 M の密度が一様な円板とみなす。図 I-3 のとおり，コインの公転軸と自転軸の交点を O，コインの重心を G，コインと水平面の接点を Q とする。鉛直軸に対するコインの傾き角 θ が一定に保たれ，G が O のまわりを一定の角速度 $\boldsymbol{\Omega} = \Omega \boldsymbol{e}_z$ で半径 b の円を描く場合を扱う。ここに，$\boldsymbol{e}_z$ は鉛直上向きの単位ベクトルを表す。コインの向きに沿った単位ベクトル（慣性主軸）を $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ とし，$\boldsymbol{e}_1$ を G から O の向きに，$\boldsymbol{e}_3$ を G から Q の向きに，$\boldsymbol{e}_2$ を $\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{e}_3 \times \boldsymbol{e}_1$ となるように選ぶ。コインには重力がはたらき，Q において，水平面から受ける摩擦力と垂直抗力を合わせた力 $\boldsymbol{f}$ がはたらく。重力加速度の大きさを g とする。

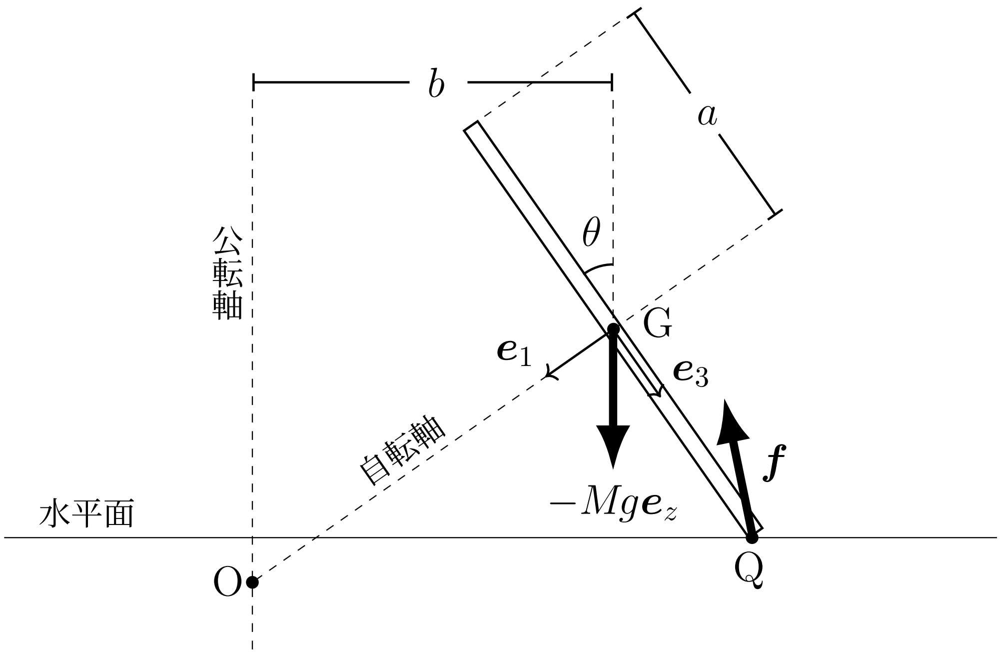

図 I-3. コインを真横から見た図

(1) 単位ベクトル $\boldsymbol{e}_i$ ($i = 1, 2, 3$) は，公転により変化し，その時間変化は

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{e}_i$$

により与えられる。

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_1}{\mathrm{d}t} = -\Omega\cos\theta\,\boldsymbol{e}_2, \quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_2}{\mathrm{d}t} = \Omega\cos\theta\,\boldsymbol{e}_1 - \Omega\sin\theta\,\boldsymbol{e}_3, \quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_3}{\mathrm{d}t} = \Omega\sin\theta\,\boldsymbol{e}_2$$

となることを示せ。

(2) 慣性系における重心 G の位置 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}$ に関する運動方程式を書け。答えのみでよい。

(3) 重心 G が半径 b の円周上を角速度 $\boldsymbol{\Omega}$ で移動することから，G の速度は $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}}{\mathrm{d}t} = b\Omega\boldsymbol{e}_2$ と与えられる。これと (2) の運動方程式から，力 $\boldsymbol{f}$ の表式

$$\boldsymbol{f} = (Mb\Omega^2\cos\theta - Mg\sin\theta)\boldsymbol{e}_1 - (Mb\Omega^2\sin\theta + Mg\cos\theta)\boldsymbol{e}_3$$

を示せ。

(4) コインの G まわりの角運動量 $\boldsymbol{L} = L_1\boldsymbol{e}_1 + L_2\boldsymbol{e}_2 + L_3\boldsymbol{e}_3$ について考える。自転の角速度の大きさを ω として，コインの G まわりの角速度は，公転と自転を合わせた $\boldsymbol{\Omega} + \omega\boldsymbol{e}_1$ である。コインの重心 G まわりでの $\boldsymbol{e}_1$ 軸，$\boldsymbol{e}_2$ 軸，$\boldsymbol{e}_3$ 軸に関する慣性モーメントを I_1, I_2, I_3 として，角運動量の各成分 L_1, L_2, L_3 を書け。答えのみでよい。

(5) $\boldsymbol{L}$ の時間変化と G まわりの力のモーメントが関係づけられることを使って，

$$\big(\,I_1(\omega - \Omega\sin\theta)\Omega\cos\theta + I_3\Omega^2\cos\theta\sin\theta\,\big)\boldsymbol{e}_2 + a\boldsymbol{e}_3 \times \boldsymbol{f} = 0$$

を示せ。

(6) コインが滑らずに転がる条件

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}}{\mathrm{d}t} + (\boldsymbol{\Omega} + \omega\boldsymbol{e}_1) \times a\boldsymbol{e}_3 = 0$$

について，左辺の第 1 項と第 2 項の物理的意味をそれぞれ 10〜30 字程度で答えよ。また，この条件から，角速度の大きさの比 ω/Ω を a, b, θ のみを用いて表せ。

(7) 上の (3)(5)(6) で示された式を組み合わせて，Ω と θ の関係

$$\left(I_1 + Ma^2\right)\Omega^2\,\frac{b\cos\theta}{a} + I_3\,\Omega^2\cos\theta\sin\theta = Mga\sin\theta$$

を導け。

[II] (80 点)

[II-1]

真空中に置かれた 2 つの電気双極子モーメント $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2$ の間にはたらく静電エネルギーについて考える。図 II-1 のように 1 つの電気双極子モーメント $\boldsymbol{p}_1$ を原点 O に置いたとき，位置 $\boldsymbol{r}$ の点 P における電位 ϕ は，真空の誘電率 ε_0 を用いて

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3}$$

と表される。点 P にもう 1 つの電気双極子モーメント $\boldsymbol{p}_2$ を置く。$\boldsymbol{p}_2$ は，点 P に対して対称な位置に置かれた一対の電荷 $\pm q \, (q > 0)$ と等価で，$-q$ から $+q$ へ向かうベクトル $\boldsymbol{d}$ を使って $\boldsymbol{p}_2 = q\boldsymbol{d}$ と関係づけられる。以下の問いに答えよ。

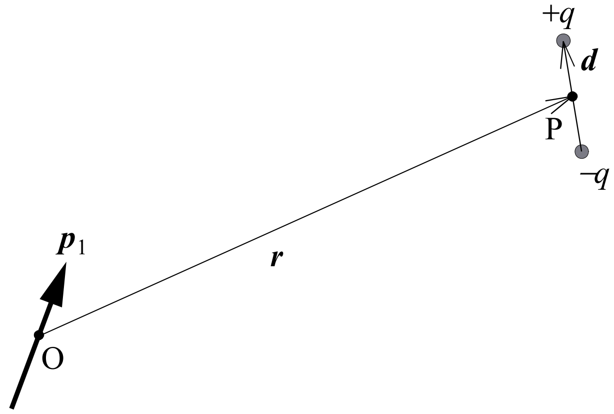

図 II-1

(1) 電荷 $+q$ の位置ベクトル $\boldsymbol{r}_+$ を，$\boldsymbol{r}$ と $\boldsymbol{d}$ を用いて表せ。

(2) $\boldsymbol{p}_1$ のつくる電位による，(1) の電荷 $+q$ の静電エネルギー U_+ を書け。

(3) $|\boldsymbol{r}| \gg |\boldsymbol{d}|$ のとき，$\dfrac{1}{|\boldsymbol{r}_+|^3} \approx \dfrac{1 - \boxed{(\text{あ})}}{|\boldsymbol{r}|^3}$ と近似できる。$\boxed{(\text{あ})}$ を求めよ。ここで，$|x| \ll 1$ のときに成り立つ近似式

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

を用い，x の 2 次以上の項は無視してよい。

(4) (2) に加えて電荷 $-q$ の静電エネルギーも考慮して，$\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2$ 間にはたらく静電エネルギーは

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{p}_2}{|\boldsymbol{r}|^3} - \frac{3(\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{p}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{|\boldsymbol{r}|^5}\right\}$$

であることを示せ。ここで，(3) の近似を用いよ。

図 II-2 のように xy 平面上の原点 O に $\boldsymbol{p}_1$ を置き，点 $(a, 0)$ に $\boldsymbol{p}_2$ を置く。$\boldsymbol{p}_1$ は x 軸の正の向きに固定し，$\boldsymbol{p}_2$ は xy 平面内で x 軸の正の向きから反時計回りに角度 $\theta\,(0 \leq \theta \leq \pi)$ の向きとする。

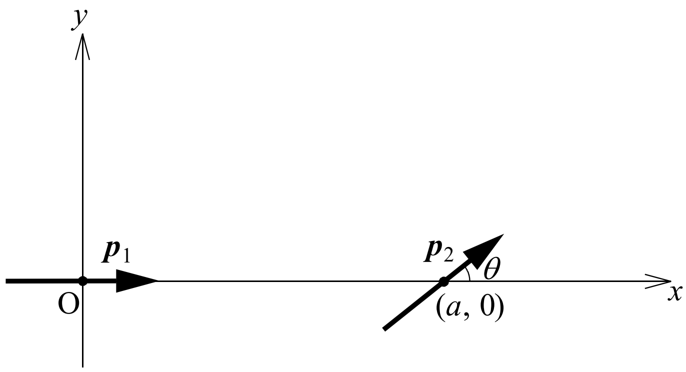

図 II-2

(5) (4) の式を使って，この系の静電エネルギーを θ の関数として求めよ。解答に $p_1(= |\boldsymbol{p}_1|)$, $p_2(= |\boldsymbol{p}_2|)$ を使って良い。

(6) この系の静電エネルギーが最も低くなる θ を求めよ。

[II-2]

図 II-3 に示すように，厚さが無視できる十分に長い同軸円筒状の導体が真空中に置かれている。半径 a の内側円筒と半径 $b\,(a < b)$ の外側円筒は上部で導通させてあり，下部では電流源を介して接続されている。一定の電流 I が，内側円筒には上向きに，外側円筒には下向きに均一に流れている。中心軸からの距離を r とし，上下端の影響がない部分について考えることにする。真空の透磁率を μ_0 として以下の問いに答えよ。

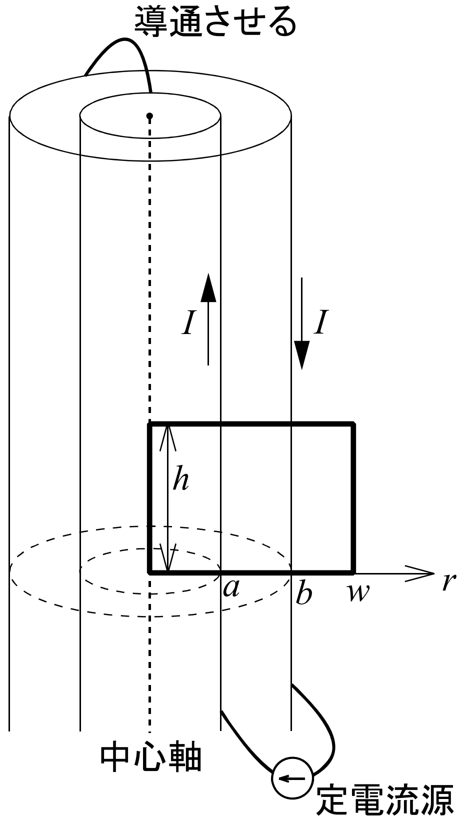

図 II-3

(1) 導体を真上から見たときの磁束密度の方向の様子を，解答用紙の図中に示せ。なお，磁束密度がゼロの領域は図中に斜線で示すこと。

(2) $0 < r < a$，$a < r < b$，$r > b$ と場合分けして，それぞれの領域に対して磁束密度の大きさ B を r の関数として求めよ。

(3) 図 II-3 に示すように，高さ h，幅 $w\,(> b)$ の長方形を考え，高さ h の一辺が中心軸と重なるように置く。この長方形を貫く磁束の大きさ Φ を求めよ。

(4) 同軸円筒状導体の高さ h あたりの自己インダクタンスを求めよ。

続いて，内側円筒の電流が作る磁束密度によって，外側円筒の電流が受ける力を考える。

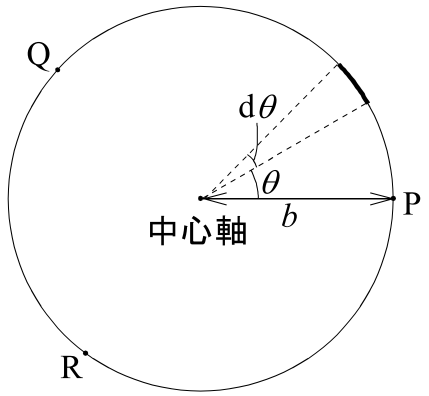

図 II-4

(5) 図 II-4 は外側円筒を真上から見た様子を示している。点 P, Q, R を流れる電流が受ける力の向きを，解答用紙の図中の各点に示せ。また，外側円筒の中心角が θ から $\theta + \mathrm{d}\theta$ の微小部分を流れる電流は，大きさ $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{2\pi} I$ の直線電流と考えることができる。この電流が高さ h あたりに受ける力 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ の大きさを求めよ。

以下では，外側円筒の半径を b から $b + \mathrm{d}b$ へ微小変化させる状況を考える。

(6) このとき，力 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ がする仕事を求めよ。

(7) (6) で求めた仕事を外側円筒一周分について積分した仕事 $\mathrm{d}W$ を求めよ。

(8) 同軸円筒状導体の高さ h あたりに生じる起電力 V を求めよ。この起電力 V に伴い電流源が供給するエネルギーを求め，(7) で導出した仕事 $\mathrm{d}W$ との関係を説明せよ。

[III] (40 点)

気体の状態変化について考える。気体の体積，温度，圧力をそれぞれ V，T，p とする。準静的な微小変化において，気体の内部エネルギー U は

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\,\mathrm{d}V \tag{A}$$

のように変化する。ここに，S は気体のエントロピーであり，物理量 X の微小変化量を $\mathrm{d}X$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 式 (A) をもとに，U を 2 変数関数として考える際に，適当な独立変数を 2 つ記せ。答えのみでよい。

(2) $T\mathrm{d}S$ と $p\,\mathrm{d}V$ が何を表すか，それぞれ 10 文字程度で説明せよ。

(3) S が V と T を独立変数にもつとして，関係式

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

が成り立つことを示せ。ただし，必要があれば次の関係式を用いてよい。

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

単原子分子からなる 1 モルの理想気体を考え，関係式 $pV = RT$ および $U = \dfrac{3}{2}RT$ が成り立つとする。ここに，R は気体定数である。

(4) 温度が T から $T + \mathrm{d}T$ に，体積が V から $V + \mathrm{d}V$ に準静的に微小変化する過程を考え，このときのエントロピーの変化を $\mathrm{d}S$ とする。$\mathrm{d}S$ は，T の関数 $f(T)$ と V の関数 $g(V)$ を用いて

$$\mathrm{d}S = f(T)\mathrm{d}T + g(V)\mathrm{d}V$$

と表される。この $f(T)$ と $g(V)$ を求めよ。

(5) 準静的な等積過程で温度が T_1 から T_2 に変化したとする。このときのエントロピーの変化量を求めよ。

(6) 断熱自由膨張により体積が V_1 から V_2 に変化したとする。このときのエントロピーの変化量を求めよ。ただし，断熱自由膨張が準静的な変化ではないにもかかわらず，エントロピーの変化量が計算できる理由を説明すること。

圧力 p と単位体積あたりの内部エネルギー u の関係が $p = \dfrac{u}{3}$ であるような気体を考える。

(7) (3) で示した関係式を用いて，u が T の 4 乗に比例することを示せ。ただし，$U = uV$ であり，u は T のみの関数であるとする。

[IV] (40 点)

1 次元の波動を考え，位置 x での時刻 t における変位を $u(x,t)$ とする。以下の問いに答えよ。

位相 $\theta(x,t)$ を用いて，波の変位が $u(x,t) = A\sin\theta(x,t)$ のように与えられる場合を考える。ここに，振幅 A は正の定数である。

(1) x 軸の正の向きに一定の速さ c で進む波を考える。位相の $x = 0$ での時間依存性が $\theta(0,t) = \omega t$ で与えられるときの $\theta(x,t)$ を記せ。答えのみでよい。ここに，角振動数 ω は正の定数である。

(2) (1) の波を，x 軸の正の向きに一定の速さ V で進む観測者が見る場合を考える。時刻 t における観測者の位置 X は，$X = X_0 + Vt$ で与えられる。ここに，X_0 は定数である。観測者の位置における波の位相は，2 つの定数 ω' と ϕ を用いて，$\theta(X,t) = \omega' t + \phi$ と書ける。そのために，観測者は角振動数が ω' の波を見ることになる。この ω' と ϕ を求めよ。

$x = L$ において波が固定端反射してできる定常波を考える。ここに，L は正の定数であり，以下では，$x \leq L$ とする。定常波の変位 $u(x,t)$ は，入射波 $u_+(x,t)$ と反射波 $u_-(x,t)$ の重ね合わせとして $u(x,t) = u_+(x,t) + u_-(x,t)$ と表される。入射波として (1) で考えた波を用いて，$u_+(x,t) = A\sin\theta(x,t)$ とする。入射波は固定端で反射した後，x 軸の負の向きに一定の速さ c で進む反射波となる。$\theta(x,t)$ に (1) の結果を用いて，以下の問いに答えよ。

(3) 固定端の条件 $u(L,t) = 0$ より，$x = L$ での反射波の変位 $u_-(L,t)$ を求めよ。

(4) 位置 x での反射波の変位 $u_-(x,t)$ を求めよ。

(5) 定常波の変位 $u(x,t)$ は，x のみの関数 $f(x)$ を用いて，$u(x,t) = f(x)\cos\left(\omega\left(t - \dfrac{L}{c}\right)\right)$ と表される。この $f(x)$ を求めよ。

(6) (5) の $f(x)$ をもとに，定常波の節の位置を求めよ。

九州大学理学部物理学科（物理学コース）

令和７年度 第３年次編入試験

英語

令和６年９月７日（土）　１２：１５−１３：００

注意事項

(1) 辞書は使用できない.

(2) 試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと.

(3) 問題冊子は表紙を含めて３ページ（空白のページを除く）である.

(4) 解答用紙には, 受験番号を記入すること.

(5) 解答は指定された解答用紙に記入すること. 特に指定のない場合には,裏面を使って解答してもよい. 下書きには, 問題冊子の余白や裏面などを利用し, 解答用紙の余白には下書きをしないこと.

(6) 解答用紙に書ききれない場合や, 用紙を取り替えたい場合は, 試験監督に申し出ること.

(7) 問題冊子は持ち帰ってよい.

【問題】次の文章を読んで、以下の問いに答えなさい。(60 点)

[redacted]. (1) [redacted]

[redacted]

[redacted] (2) [redacted]

(中略)

[redacted]

[redacted]

[redacted]

（出典　「Life’s Ratchet」 by Peter M. Hoffman　から抜粋）

aperiodic: 非周期的な，envision: 想像する，decipher: 解読する，dissect: 詳細に調べる，elusive: 分かり難い，reductionist: 還元論者，morph: 変わる，autonomously: 自律的に，emergent phenomena: 創発現象，imbued: 吹き込まれる，astoundingly: 驚いたことに，harness: 利用する

問１．下線を引いた(1)～(3)の英文を和訳せよ。

問２．第二段落において著者が伝えようとしていることを 30 字程度の日本語で答えなさい。

問３．第二段落における著者の主張を説明するために，シュレーディンガーやクリックとワトソンの逸話・業績が挙げられている理由を 100～120 字程度の日本語で答えなさい。

問４．細胞内における"purposeful motion"が意味することを，比喩を用いて説明している連続する二文の最初の 3 語を記せ。

問５．著者が"The force that drives life is chaos."と主張する根拠を述べている箇所として，最も適した一文の最初の 3 語を記せ。