

平成23年度 物理学科 A O 選抜 課題探求試験問題

物理学 (100点)

平成23年1月29日 (土) 9:00-11:30

注意事項

1. 指示があるまでは、問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。
2. 問題冊子1部、解答冊子1部が配布されていることを確認すること。
3. 「はじめ」の指示があったら、解答を始める前に、まず問題冊子に表紙1枚と問題用紙が5枚(10ページ)および白紙1枚、解答冊子に解答用紙が6枚あることを確認し、すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答は問題毎に所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては最終的な答だけでなくその答に到る道筋も丁寧に記入すること。
5. 「おわり」の指示があったら、直ちに鉛筆を置くこと。
6. 試験終了後、解答冊子は回収するが、問題冊子は持ち帰って良い。

問題1 (35点)

1A

図1-1のように、滑らかな水平面PQ上に質量 m の小球Aが置かれている。点Qから点Rまでは高さ H の鉛直な壁で、点Rから点Sまでは水平面、RS間の水平距離は L である。さらに、点Sには高さ h の鉛直な壁STが立っている。

PQ上でAに水平右向きに初速 v_0 を与えることにより、Tを越えさせたい。 $h < H$ として、以下の問いに答えよ。ただし、Aの大きさ、鉛直壁STの厚さ、および空気の抵抗はいずれも無視できるとする。また、重力加速度の大きさを g とする。

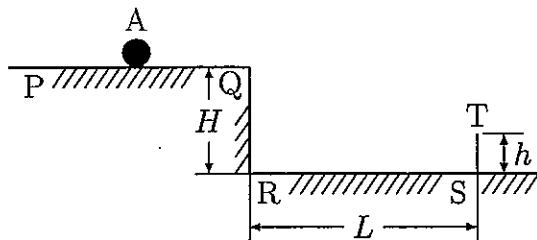


図1-1

- (1) AがRSに落ちずにTを越えるのは、 v_0 がいくらより大きい時か。 g, L, H, h を用いて表せ。

Aが一度だけRSではね返ってからTを越える場合を考える。AとRSの衝突地点をX、Aがはね上がった後に達する最高点をYとして、以下の問いに答えよ。ただし、小球Aと水平面RSとの間の反発係数を e ($0 < e \leq 1$) とする。

- (2) QからXまでの所要時間 t_1 、XからYまでの所要時間 t_2 、およびYのRSからの高さ h_Y を求めよ。
- (3) YがTの真上となる場合の初速 v_0 はいくらか。 g, L, H, e を用いて表せ。ただし、 $h < h_Y$ とする。

図1-2のように、PQ上でAに初速 v_0 を与えるため、Aの左にバネ定数 k のバネBと質量 M の物体Cを置き、A,Cを両手で挟んでBを自然長から x だけ縮ませた後、両手を同時にすばやく離れたとする。

Bの質量は無視できるとして、以下の問いに答えよ。ただし、BはCに固定されているが、Aには固定されていない。

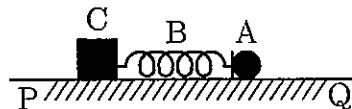


図1-2

- (4) v_0 を k, x, M, m を用いて表せ。

1B

図1-3のように、ターンテーブルTがその中心Oを通る鉛直軸の周りに水平面内を一定の角速度 ω で回転している。Tには直径に沿って滑らかな溝PQがあり、その中にはバネ定数 k のバネA、質量 m の小球B、棒C、質量 $\frac{1}{2}m$ の小球D、バネ定数 k のバネEをこの順につないで入れてある。Aの一端は溝の一端Pに固定され、Eの一端は溝の他端Qに固定されている。B、Dは中心OからそれぞれP、Q寄りに等距離 r の位置にあり、その時Aはちょうど自然長で、Eは自然長より x だけ伸びている。

B、Dは溝PQに沿って運動するものとして、以下の問いに答えよ。ただし、B、Dの大きさ、A、C、Eの質量はいずれも無視できるとする。

- (1) 水平面上に静止している観測者から見て、BおよびDに働く水平方向の力をすべて、解答用紙の図中にベクトル(矢印)を記入して示せ。また、各々の力の種類を下の選択肢から選び、図中の何から働くか記せ。さらに、それらの力相互の関係および力と運動の関係について簡潔に説明せよ。(説明文中の力と図中のベクトルとの対応がわかるようにせよ。)

【選択肢】 張力、圧力、弾性力、向心力、遠心力、垂直抗力

- (2) Tとともに回転している観測者から見た場合について、(1)と同様に、BおよびDに働く水平方向の力をすべて図中に記入するとともに、各々の力とそれらの関係について簡潔に記せ。
- (3) ω を求めよ。

B、C、Dを一体のものとして一つの物体Gとみなす。Tとともに回転している観測者から見て、Gの位置がPQ方向の変位に対して安定であることを確かめたい。

- (4) 仮にGの位置をPQ方向に小さな距離 Δr だけ変位させた時、Gに働く力 F_G を求めよ。ただし、PからQの向きを正とする。
- (5) (4)の F_G が、変位 Δr に対してGを元の位置へ復元するように働くための条件を求めよ。

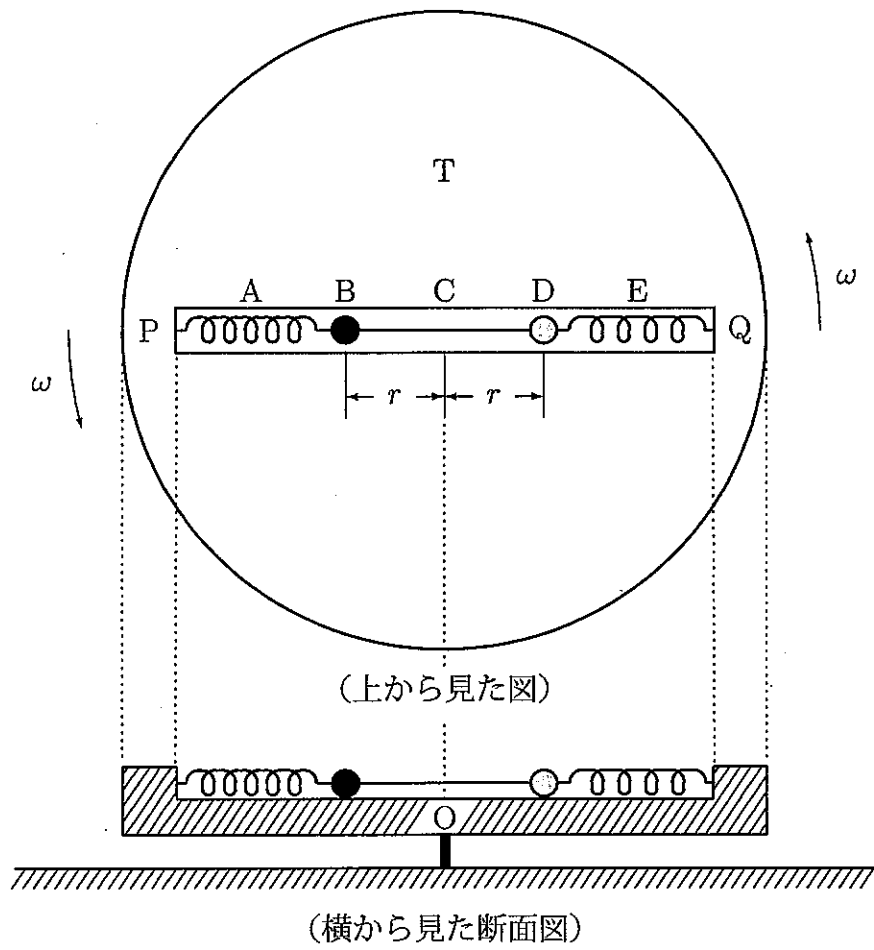


図 1-3

問題 2 (35 点)

2A

図 2-1(a) のような長さ l 、巻き数 N 、断面積 S の十分長いソレノイドコイル A を用意する。ソレノイドコイルには図の矢印の向きに電流 I が流れている。装置は真空中に置かれており、真空の透磁率を μ_0 として、以下の問いに答えよ。

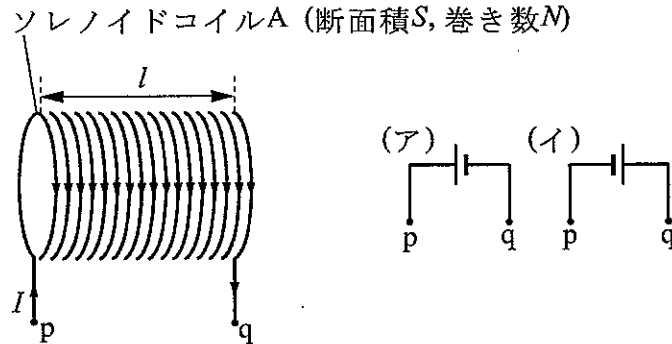


図 2-1(a)

- (1) ソレノイドコイル A 内部に発生する磁界の向きと大きさを求めよ。
- (2) ソレノイドコイル A 内部の磁束の大きさはいくらか。
- (3) 微小時間 Δt の間に電流を $\Delta I (> 0)$ だけ増加させた。この時、ソレノイドコイル A の 1 巻きあたりに生じる誘導起電力の大きさはいくらか。また、ソレノイドコイル A 全体に生じる誘導起電力を電池におき換えると図の(ア)(イ)のどちら向きになるか答えよ。
- (4) 自己インダクタンスとは何か簡潔に説明せよ。さらに、ソレノイドコイル A の自己インダクタンスを求めよ。

図 2-1(b) のようにソレノイドコイル A の外側に一巻きコイル B (断面積 $2S$) を巻いた。

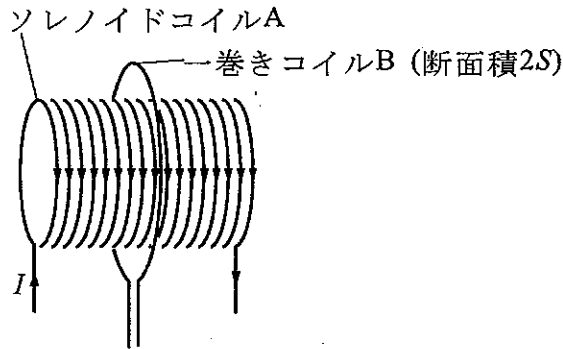


図 2-1(b)

- (5) (3) と同様に微小時間 Δt の間に電流を $\Delta I (> 0)$ だけ増加させた。一巻きコイルに生じる誘導起電力の大きさはいくらか。
- (6) 相互インダクタンスとは何か簡潔に説明せよ。さらにソレノイドコイル A と一巻きコイル B との間の相互インダクタンスを求めよ。

図 2-1(c) のようにソレノイドコイル A の外側に十分長いソレノイドコイル C (断面積 $2S$ 、巻き数 N 、長さ l) を巻き、A と C の左側の一端同士を接続して図の矢印の向きに電流 I を流した。

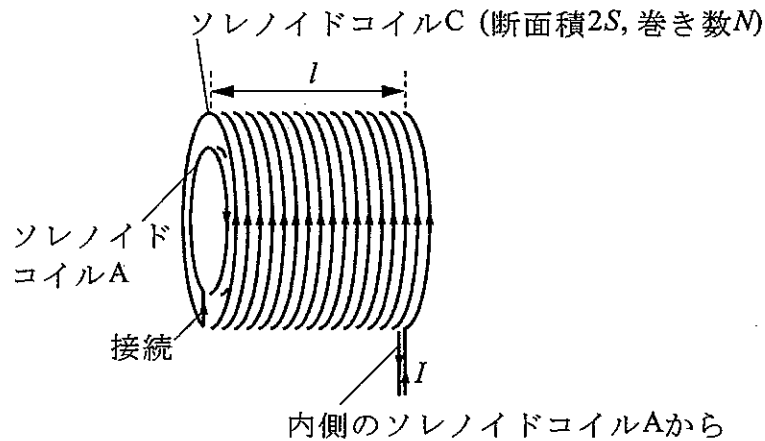


図 2-1(c)

- (7) ソレノイドコイル A 内部の磁界の大きさはゼロとなる。その理由を簡潔に説明せよ。
- (8) (3) と同様に微小時間 Δt の間に電流を $\Delta I (> 0)$ だけ増加させた。この時、ソレノイドコイル C の 1 巻きあたりに生じる誘導起電力の大きさはいくらか。
- (9) ソレノイドコイル A と C を図のように直列に接続したものの全体の自己インダクタンスはいくらか。

2B

図 2-2 のような長さ l 、一様な断面積 S の金属導線に電流が流れる様子を自由電子の動きに着目して考えてみる。金属導線の長さ方向に電界 E をかけると自由電子は力を受け電界と逆向きに加速される。しかし、いつまでも加速し続けるわけではなく、熱振動する陽イオンと衝突する。このような加速と衝突をくり返しながらか自由電子は少しずつ進んでいく。ここでは簡単のために、衝突直後の電界方向の速度がゼロになると考える。また、衝突から次の衝突までの時間は実際にはまちまちではあるが、平均衝突時間 τ ごとに規則的に衝突を繰り返すとする。

電子の質量を m 、電荷を $-e$ 、単位体積あたりの自由電子数を n として、以下の問いに答えよ。

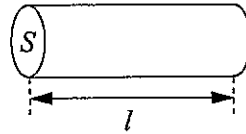


図 2-2

- (1) 自由電子が電界 E から受ける力の大きさはいくらか。
- (2) 陽イオンとの衝突から次の衝突までの間に、自由電子は電界 E と平行にどれだけ進むか。
- (3) 自由電子の運動について、電界と逆向きの平均の速さ \bar{v} を求めよ。
- (4) 電流はある断面を単位時間あたりに流れる電荷の量である。全ての自由電子が電界と逆向きに平均の速さ \bar{v} で移動しているとして、電流 I を n, e, S, \bar{v} を用いて表せ。また、その導出を簡潔に説明せよ。
- (5) 金属導線の両端の電位差が V である時、導線中の電界 E を l と V で表せ。
- (6) オームの法則が成り立つことを示し、この金属導線の抵抗を求めよ。
- (7) 全ての自由電子が \bar{v} で移動しているとして、電界 E が 1 つの自由電子にする単位時間あたりの仕事 (仕事率) を求めよ。さらに、全自由電子に対する仕事率が IV に等しいことを示せ。

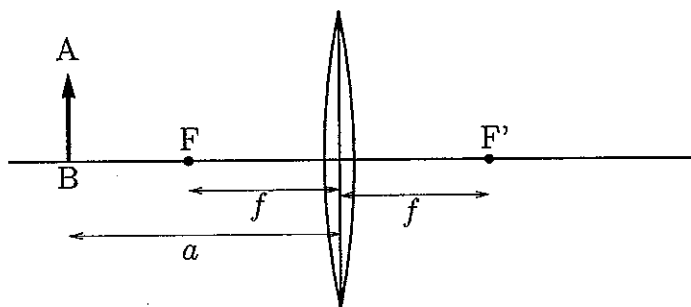
[次ページに続く]

問題 3 (30 点)

3A

凸レンズに関する以下の問いに答えよ。ただし、レンズは十分大きく薄いものとする。

- (1) レンズの像には実像と虚像がある。両者について、その違いがわかるようにそれぞれを説明せよ。
- (2) 焦点とは何かを簡潔に説明せよ。
- (3) 下図のように、焦点の位置を F と F' とし、焦点距離 f の凸レンズから距離 a だけ離れたところに物体 AB が置かれている。 $a > f$ の時、レンズの反対側に倒立の実像ができることを、物体 AB の像 $A'B'$ を作図することによって示せ。



- (4) 前問の作図を用いて、レンズの公式

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

を導け、ただし、 b は物体 AB の像 $A'B'$ のレンズからの距離である。

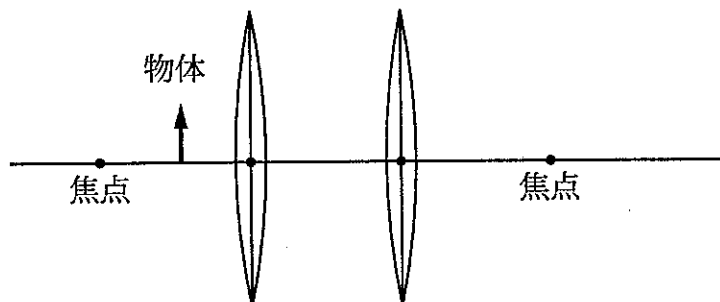
- (5) 物体 AB を焦点距離より近くに置いた時 (すなわち $a < f$ の時) には、物体と同じ側に正立の虚像 $A''B''$ ができる。このことを作図によって示せ。さらに、公式

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

を導け。ただし、 b は物体 AB の虚像 $A''B''$ のレンズからの距離である。

- (6) これまでと同じ焦点距離 f の 2 枚の凸レンズを距離 f だけ離して置き、1 枚目のレンズの手前、距離 a ($a < f$) のところに物体 AB を置いた (下図参照)。2 枚目のレンズの向こう側のどこにどのような像ができるか。また、像の倍率はいくらか。

なお、作図をせずに求めてもよいが、その時はどの公式をどのように用いたか、詳しく説明すること (作図する人の便宜のために、解答用紙には図を用意している)。

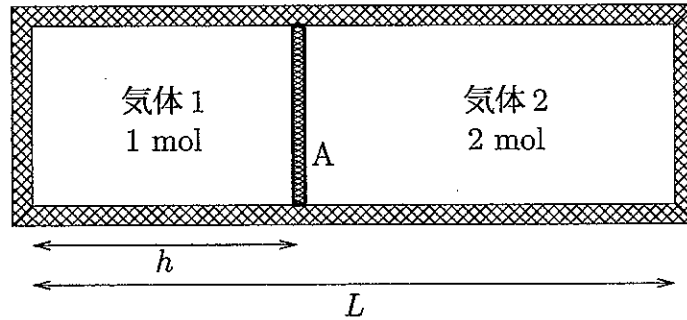


[次ページに続く]

3B

下図のように、一様な断面積 S を有する内側の長さ L の容器が、厚さの無視できる可動な仕切り A で区切られている。この容器と仕切り A は熱を通さないとする。仕切りの左右には、同種の単原子理想気体 1 と 2 がそれぞれ 1 mol と 2 mol 入っている。この気体に対し、圧力を p 、体積を V とする時、断熱過程においては $pV^{\frac{5}{3}}$ が一定に保たれることが知られている。

気体定数を R として、以下の問いに答えよ。ただし、容器は水平に保たれており、内面は十分滑らかで、仕切り A との摩擦力は無視できるとする。

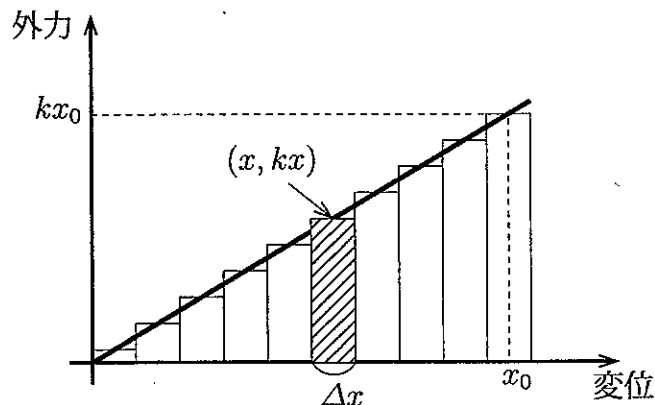


最初、気体 1 と 2 は同じ温度 T_0 の状態にあった (状態 I)。

- (1) 圧力の釣り合いから、容器の内側左端から測った仕切り A の位置 h を求めよ。

最初の状態 I から外力をかけて、仕切り A をゆっくりと右に距離 x_0 だけずらして止めた (状態 II)。この時、外力によって気体がされた仕事を以下のような手順で求めよう。ただし、 x_0 は L に比べて十分に小さいものとする。

- (2) まず、右に任意の距離 x だけずらした時に、仕切り A が気体 1 から受ける力 F_1 と、気体 2 から受ける力 F_2 を求めよ。ただし、右向きを正とする。
- (3) ずらした距離 x が L に比べて十分小さい時には、前問で求めた力の和 $F = F_1 + F_2$ は近似的に x に比例し、 $F \doteq -kx$ と表される。この定数 k を求めよ。ただし、 $|\epsilon|$ が 1 より十分小さい時に成り立つ近似式 $(1 + \epsilon)^{-\frac{5}{3}} \doteq 1 - \frac{5}{3}\epsilon$ を用いよ。
- (4) x が 0 から x_0 まで変化する間に外力 kx がする仕事 W を求めよ。また、答えの導出過程を下図を参考に簡潔に説明せよ。



上の状態 II から仕切り A を自由にすると、A は何度か振動を繰り返したのち静止する。今、容器は熱を全く通さないが、仕切り A は実際にはわずかに熱を通すとする。すると、十分長い時間の後には、全体が一定の温度 T となり平衡状態に落ち着く (状態 III)。

- (5) 状態 III での仕切り A の位置を求めよ。また、その時の温度 T を求めよ。ただし、気体と仕切りを含む全体の熱容量は温度によらず一定で C とする。