令和７年度

物理学科総合型選抜Ⅱ課題探求試験問題

物理学（100点）

令和７年２月１日（土）　９：００-１１：３０

注意事項

(1) 指示があるまでは，問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。

(2) 問題冊子1部，解答冊子1部が配布されていることを確認すること。

(3) 「はじめ」の指示があったら，解答を始める前に，問題冊子の表紙に続いて問題が1Aから3Bまで6題，解答用紙が6枚あることを確認し，全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

(4) 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては，最終的な答えだけでなく，その答えに至る道筋もていねいに記述すること。

(5) 特に指定のない場合には，裏面を使って解答してもよい。下書きには，問題冊子の余白や裏面などを利用し，解答用紙の余白には下書きをしないこと。

(6) 「おわり」の指示があったら，ただちに筆記用具を置くこと。

(7) 試験終了後，解答冊子は回収するが，問題冊子は持ち帰ってよい。

問題 1 (35 点)

1A

図 1-1 のように，下端を床に固定した自然長 ℓ のばねで水平な台 A を支え，その上に物体 B をのせた装置がある．ばねのばね定数を k とし，ばねの質量は無視できるものとする．また，台 A の質量を M, 物体 B の質量を m とする．

この台 A を，つりあいの位置を中心に，鉛直方向に振幅 r の単振動をさせる．このとき，物体 B が台 A から離れることがないとすれば，物体 B も同じ単振動をする．重力加速度の大きさを g とする．

(1) この装置全体がつりあったときの，自然長からのばねの縮みはいくらか.

(2) 台 A が鉛直上向きに加速度 α で上昇するとき，物体 B が台 A を押す力の大きさ f を求めよ.

(3) 物体 B の加速度 α をつりあいの位置からの変位 y の関数として表せ. ただし，鉛直上方を y の正の向きとする.

(4) 力の大きさ f を，変位 y の関数として表せ.

(5) 台 A が最高点に達したとき，物体 B が台 A を押す力がちょうど 0 になったとする．このときの単振動の振幅 r_0 を M, m, k, g を用いて表せ.

物体 B をのせた台 A をつりあいの位置から $\sqrt{2}r_0$ だけ押し下げて静かに放した．このとき，物体 B は台 A から離れて, 床面から高さ h の位置に到達した.

(6) 高さ h を求めよ.

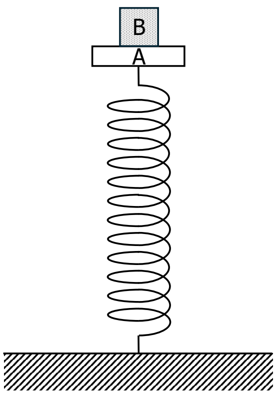

図 1-1

1B

赤道上空で高さ h の円軌道上を，地球の自転と同じ周期 T で，地球の自転と同じ向きに回る人工衛星は，地球から静止して見えるので静止衛星という．図 1-2 の左図のように，地球の質量を M, 人工衛星の質量を m, 地球の半径を R, 地表における重力加速度の大きさを g とする．以下では，地球の質量 M は人工衛星の質量 m や，後に出てくる小物体の質量 m' より十分に大きいとする．

(1) 静止衛星の速さ v を R, h, T を用いて表せ.

(2) 静止衛星の加速度の大きさ α を R, h, T を用いて表せ.

(3) 静止衛星の地表からの高さ h を g, R, v を用いて表せ.

図 1-2 の右図のように，質量 m', 速さ V の小物体が静止衛星の軌道の接線方向から飛んできて，点 P で静止衛星に衝突して一体となった．衝突後の静止衛星の公転軌道は楕円となった．近日点における地球の中心との間の距離は $R+r$，遠日点における地球の中心からの距離は，$R+h$ となった．

(4) 衝突直後の衛星の速さ u を m, m', v, V を用いて表せ.

(5) 衛星の近日点における速さ u_1 と遠日点における速さ u_2 との比 $\frac{u_1}{u_2}$ を求めよ.

(6) $h = 10R$, $r = 6R$ であるとき, 公転周期を g, R を用いて表せ.

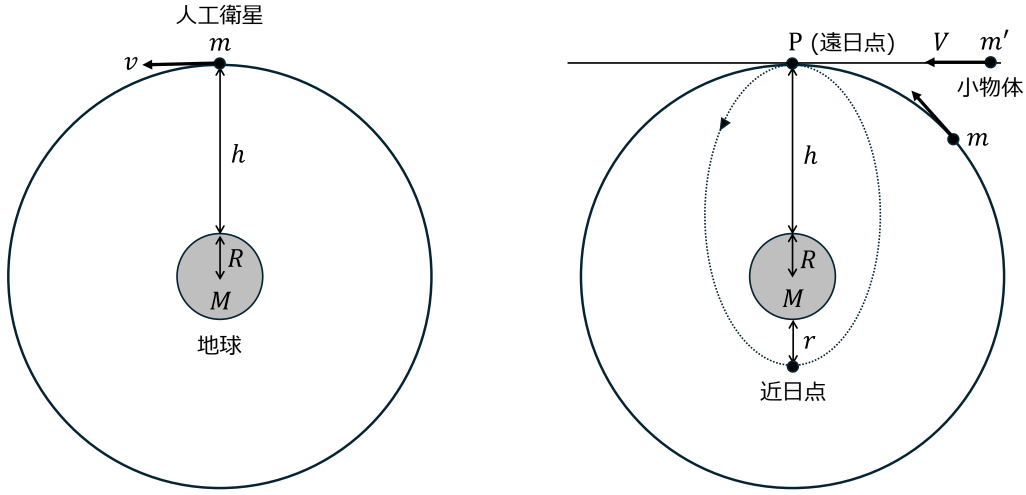

図 1-2

問題 2 (35 点)

2A

磁場中の電子の運動を考えよう．電子の電荷を $-e$，質量を m として，以下の問いに答えよ．

図 2-1 のように原点 O を通り互いに直交する x，y，z 軸をとる．z 軸の正の向きに磁場が加えられており，その磁束密度の大きさを B とする．この磁場中に電子を入射したところ，$z=0$ の xy 平面上を運動した．

問 1　磁場は空間的に一様で，時間に対して一定（$B=B_0$，B_0 は正の定数）であるとする．このとき入射された電子は xy 平面上で原点 O を中心とする半径 a の等速円運動をした．

(1) 等速円運動する電子の速さ v を a，B_0，e，m を用いて表せ．

(2) この円軌道の内部を貫く磁束 Φ を a，B_0 を用いて表せ．

問 2　時刻 $t<0$ において，問 1 と同様に時間によらず空間的に一様な磁場中（$B=B_0$）で電子は半径 a の等速円運動をしていたとし，時刻 $t \geqq 0$ において磁束密度を時刻 t に依存する形で与えたときの電子の運動を考えよう．まずはじめに，空間的に一様に磁束密度を時間変化させたとする．以下では，電子のもたらす電流がつくる磁場は無視できるとする．

(3) 磁束密度を時間変化させた直後，微小時刻 Δt の間に電子は半径 a の円軌道上を運動しているとみなせるとする．このとき円軌道内の磁束の時間変化 $\Delta\Phi$ は電子の軌道上に誘導起電力をもたらし，この誘導起電力は円軌道に沿う電場を誘導する．誘導電場の大きさ E を a，$\Delta\Phi$，Δt を用いて表せ．

(4) 微小時間 Δt における電子の速さの増加分 Δv を e，m，a，$\Delta\Phi$ を用いて表せ．

問 3　次に，$t \geqq 0$ における磁束密度の時間変化が空間的に一様ではない場合を考える．半径 $r\,(<a)$ の円形領域の内部と外部における磁束密度の大きさをそれぞれ B_1，B_2 とし，$B_1=B_0+\alpha t$，$B_2=B_0+\beta t$（α, β は正の定数）と与えたとする．

(5) $\beta=0$，すなわち半径 $r(<a)$ の円形領域の内部だけ時間変化させた直後の微小時間 Δt の間に電子に働く原点 O 方向の合力を求めよ．ただし，Δt の間に電子は半径 a の円運動を保っていたと仮定する．ここで，微小量 h ($|h| \ll 1$) について，近似式 $(1+h)^2 \fallingdotseq 1+2h$ を適宜用いてよい．

(6) α と β が共にゼロではないとき，電子は半径 a の円運動を続けた．微小時間 Δt における円軌道上の磁束密度の変化を ΔB，円軌道内を貫く磁束の変化 $\Delta\Phi$ とするとき，電子が半径 a の円周上を運動し続けるために ΔB と $\Delta\Phi$ が満たす条件を求め，さらに α と β が満たす条件を求めよ．

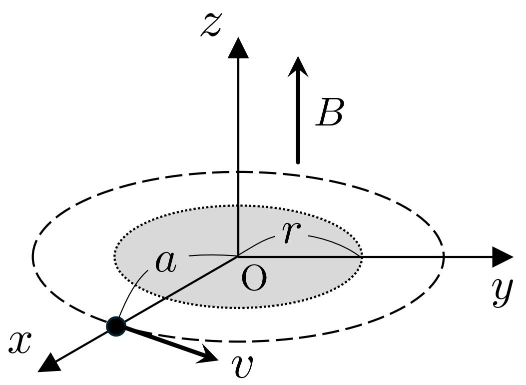

図 2-1

2B

同じ極板面積（一辺の長さ a の正方形）と極板間距離 d をもつ平行平板コンデンサー A と B，抵抗値 R の抵抗があり，図 2-2 のように電圧 V の直流電源と 2 つのスイッチ $\mathrm{S_1}$，$\mathrm{S_2}$ からなる回路を考える．コンデンサー A には極板間にちょうど収まる底面積 a^2，高さ d，誘電率 ε_1 の直方体の誘電体が挿入され，変形せずなめらかに水平方向に移動可能であるとする．回路は真空中に置かれており，真空中の誘電率 ε_0 とする．極板および誘電体の端での電場の乱れは無視できるとする．

まずスイッチ $\mathrm{S_1}$，$\mathrm{S_2}$ は開かれており，コンデンサー A，B に電荷は蓄えられていないとする．誘電体はコンデンサー A の極板間を隙間なく満たしているとする．次に，スイッチ $\mathrm{S_1}$ を閉じてしばらく置いた．

(1) コンデンサー A に蓄えられた電荷 Q_{A}，コンデンサーの電気容量 C_{A} を，それぞれ ε_1，a，d，V の中から必要なものを用いて表せ．

次に，スイッチ $\mathrm{S_1}$ を閉じたまま誘電体を微小距離 Δx だけ引き抜いた．

(2) コンデンサー A に蓄えられた電荷 Q'_{A} と電気容量 C'_{A} を，それぞれ ε_0，ε_1，a，d，V，Δx の中から必要なものを用いて表せ．

(3) コンデンサー A に蓄えられたエネルギーの変化分 ΔU を ε_0，ε_1，a，d，V，Δx の中から必要なものを用いて表せ．

(4) 誘電体を静かに放した場合，誘電体はどのような運動をするか．次の①～③のなかから適切なものを選べ．

① 引き込まれる，② 押し出される，③ 放した位置で静止する

また，その理由を説明せよ．

続いて，スイッチ $\mathrm{S_1}$ を閉じたままコンデンサー A を再び誘電体で満たしてしばらく置いた後，スイッチ $\mathrm{S_1}$ を開き，スイッチ $\mathrm{S_2}$ を閉じてしばらく置いた．

(5) コンデンサー B に蓄えられた電荷 Q_{B} を ε_0，ε_1，a，d，V の中から必要なものを用いて表せ．

(6) 抵抗 R で発生したジュール熱の大きさを C_{A}，C_{B}，V を用いて表せ．

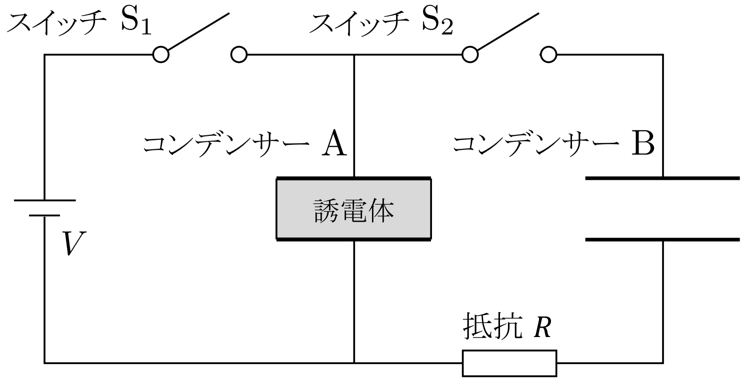

図 2-2

問題 3 (30 点)

3A

図 3-1 のように，xy 平面上に広がる一様な媒質中の点 $\mathrm{S_1}(x_1, 0), \mathrm{S_2}(x_2, 0)$ (ここで，$x_1 < 0, x_2 > 0$) にある 2 つの波源を，同振幅，同位相，同振動数で単振動させた．このとき, x 軸上の $x_1 < x < x_2$ の領域には定常波が現れる．媒質を伝わる波は横波で波長を λ, 波の振幅は減衰しないものとして次の問いに答えよ．

(1) 点 $\mathrm{S_1}$ と点 $\mathrm{S_2}$ の 2 点間の距離 $\overline{\mathrm{S_1S_2}}$ が，正の整数 m を用いて $m\lambda$ と表されるとき，x 軸上の $x_1 < x < x_2$ の領域に現れる定常波の腹は何個か.

(2) $3\lambda < \overline{\mathrm{OS_1}} < \dfrac{7}{2}\lambda$, および $2\lambda < \overline{\mathrm{OS_2}} < \dfrac{5}{2}\lambda$ のとき, x 軸上に現れる定常波の腹のすべての座標 x を x_1, x_2, λ を用いて表せ.

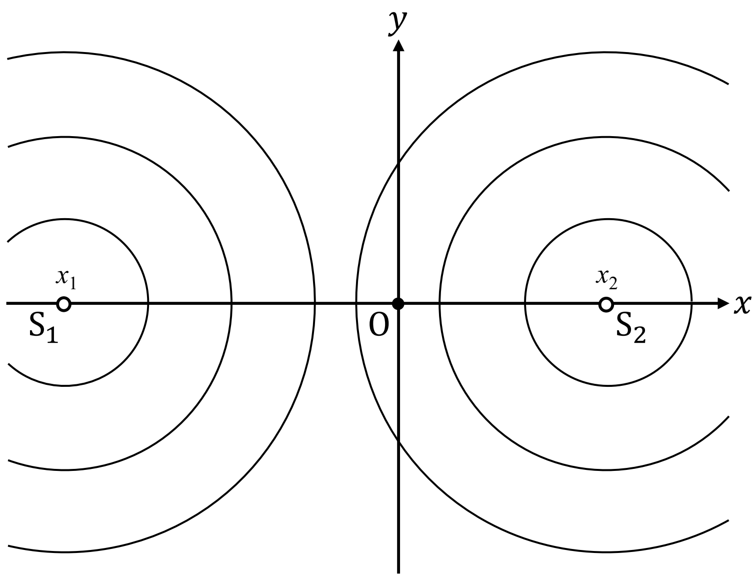

図 3-1

次に，図 3-2 のように, x 軸上の 2 つの点 $\mathrm{S_1}(x_1, 0)$, $\mathrm{S_2}(x_2, 0)$ に加え, y 軸上の点 $\mathrm{S_3}(0, y_3)$（ここで，$y_3 > 0$) にも波源がある場合を考える．ここで, 点 $\mathrm{S_1}$, $\mathrm{S_2}$ に関して, 正の整数 m_1, m_2 を用いて, $\overline{\mathrm{OS_1}} = \left(m_1 + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$, および $\overline{\mathrm{OS_2}} = \left(m_2 + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$ の関係があるとする.

(3) 点 $\mathrm{S_1}$ と点 $\mathrm{S_2}$ の波源の振幅を A，点 $\mathrm{S_3}$ の波源の振幅を $2A$ で, 同位相, 同振動数で単振動させた. 点 $\mathrm{S_3}$ に関して, 正の整数 m_3 を用いて, $y_3 = m_3\lambda$ の関係があるとき, 原点 O で観測される合成波の振幅を求めよ.

(4) 次に, 正の整数 n_1 を用いて, $\mathrm{S_1}$ からの距離が, $n_1\lambda$ となる線分 $\mathrm{OS_1}$ 上の点 $\mathrm{P_1}$, および原点 O からの距離が 2λ となる線分 $\mathrm{OS_2}$ 上の点 $\mathrm{P_2}$ で観測される波を考える．点 $\mathrm{S_1}$ と点 $\mathrm{S_2}$ の 2 つの波源のみを, 同位相, 同振動数, および同振幅 A で単振動させたとき，点 $\mathrm{P_1}$ と点 $\mathrm{P_2}$ の位置で観測される合成波の振幅と位相が，波源の振動に対してどのような関係にあるかをそれぞれ答えよ．ここで, $m_1 > n_1$, および $m_2 \geqq 2$ とする.

(5) (4) の条件に加えて，点 $\mathrm{S_3}$ の波源も, 同位相, 同振動数, 同振幅 A で単振動させたとき, 点 $\mathrm{P_1}$ と点 $\mathrm{P_2}$ では，振幅 A の波が観測された．$\overline{\mathrm{S_3P_1}} - \overline{\mathrm{S_3P_2}} = \dfrac{\lambda}{2}$ かつ $m_1 - n_1 = 3$ のとき，y_3 を求めよ.

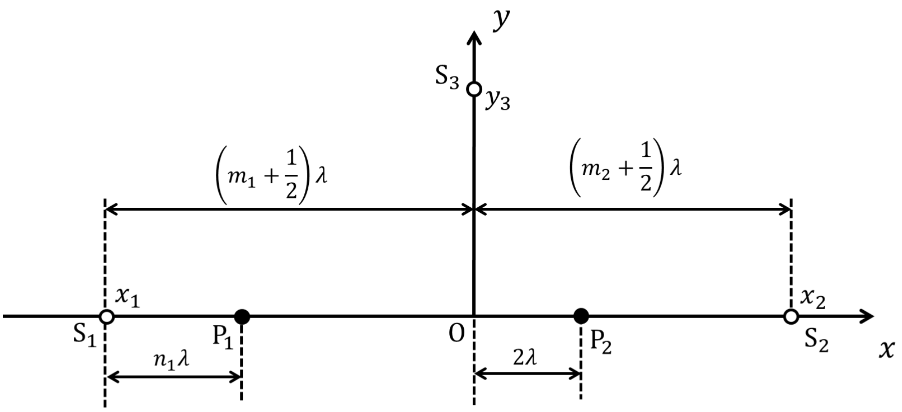

図 3-2

3B

図 3-3 のように, なめらかに動くピストンがついたシリンダ (長さ L, 断面積 S) の左側に, n モルの単原子分子からなる理想気体が入っている. シリンダの左端には温度調節器が備えられており, 気体の温度を調整することができる.

シリンダの右側を真空に密封して, ピストンの右側とシリンダの右端にばね定数 k のばねを取り付けたところ, ピストンはシリンダの左側から $L/6$ の位置で静止した（状態 A）. ばねの自然長は L でピストンの長さに等しく, シリンダとピストンは断熱材でできていて厚さや質量は無視できるとする. 次の設問に答えよ. ここで, 気体定数を R, 重力加速度の大きさを g とする.

(1) 状態 A の気体の圧力 P_A と温度 T_A を求めよ.

その後, 状態 A から気体を加熱すると, ピストンは更に右側に $L/6$ 移動した（状態 B）.

(2) 状態 B の気体の圧力 P_B と温度 T_B を求めよ.

(3) 横軸に気体の体積 V, 縦軸に気体の圧力 P をとって, 過程 A $\rightarrow$ B における気体の状態変化を示すグラフを描け.

(4) 気体を状態 A から状態 B に変化させたときの, 気体がピストンにした仕事 W_{AB}, 温度調節器から気体に移動した熱量 Q_{AB} を求めよ.

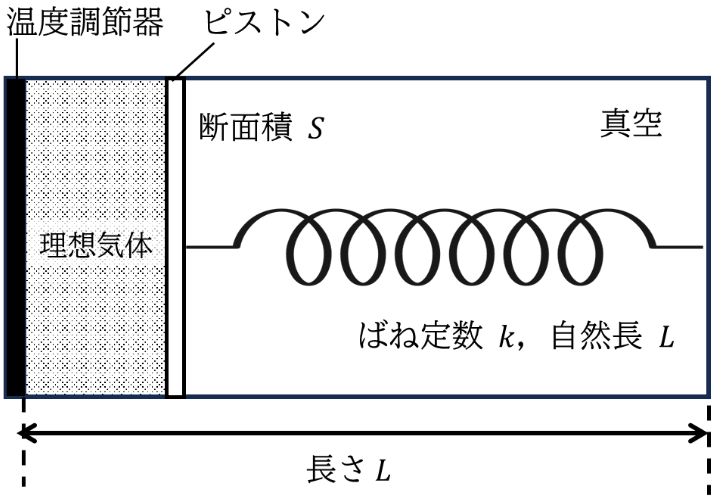

図 3-3

次に, 図 3-4 のように, シリンダ下部に n モルの単原子分子の理想気体が位置するようにして, シリンダを鉛直向きに設置した. シリンダの上側を開放し, 質量密度 ρ_0 の液体をシリンダが一杯になるまで注いだところ, ピストンはシリンダの底面から高さ $L/2$ の位置で静止した（状態 C）. ここで, 容器外の圧力は P_0 に調整されていて, $\rho_0 = 2P_0/(gL)$ の関係があるとし, 以下の設問では ρ_0 を使わずに解答せよ.

(5) 状態 C における気体の圧力 P_C と温度 T_C を求めよ.

その後, 気体の温度を調整して, ピストンの高さをゆっくり上昇させると, 液体は容器からこぼれ落ち, ピストンの高さが L となり, 液体がすべてなくなった（状態 D）.

(6) 状態 D の気体の温度 T_D を求めよ.

(7) 過程 C $\rightarrow$ D において, 気体の温度が最も高くなる状態 M が存在する. その状態における気体の体積 V_M と温度 T_M を求めよ.

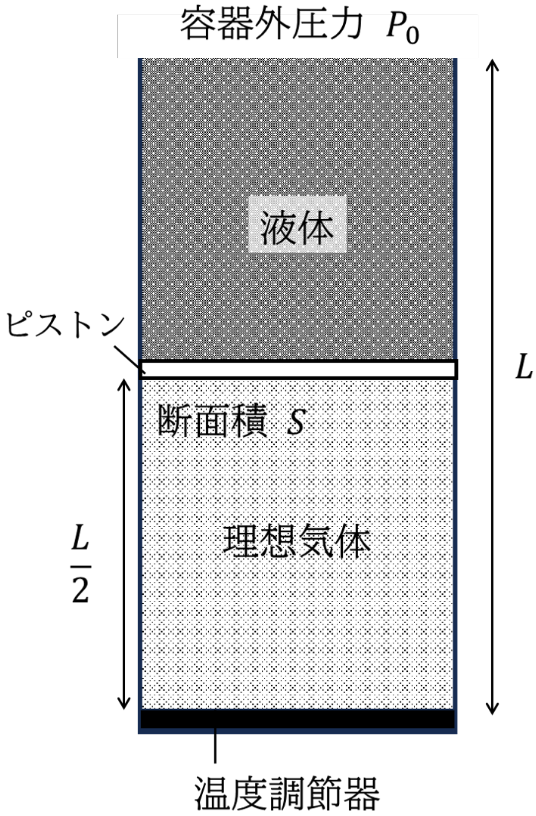

図 3-4

問題２B 問題訂正

第一段落末尾に赤字の説明を追加

電場の乱れは無視できるとする．また, $\varepsilon_1 > \varepsilon_0$ とする.

小問 (6) において、赤字の説明を追加

C_B は, コンデンサー B の電気容量である.