

平成31年度
物理学科AO選抜課題探求試験問題

物理学 (100 点)
平成31年2月2日(土) 9:00~11:30

注意事項

1. 指示があるまでは、問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。
2. 問題冊子1部、解答冊子1部が配布されていることを確認すること。
3. 「はじめ」の指示があったら、解答を始める前にまず、問題冊子の表紙に続いて問題が1Aから3Bまで7題、解答用紙が7枚あることを確認し、全ての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては、最終的な答えだけではなく、その答えに至る道筋もていねいに記述すること。必要なら解答用紙の裏面を用いてもよい。
5. 「おわり」の指示があったら、ただちに鉛筆を置くこと。
6. 試験終了後、解答冊子は回収するが、問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1 (35点)

1A

図1-1のように、水平な床の左端に半径 r の半円筒状の内面が接続している。床の右端に壁があり、ばねの右端が壁に固定されている。また、ばねの左端に板が固定されていて、最初ばねは自然の長さである。小球を、半円筒状の内面に向かって、速さ v_0 で水平方向に床の上を進ませた。小球の質量を m 、板の質量を M 、重力加速度の大きさを g 、ばね定数を k とする。小球の大きさ、ばねの質量、空気抵抗、すべての摩擦は無視できるとし、すべての運動は紙面内にとどまるとする。以下の問いに答えよ。

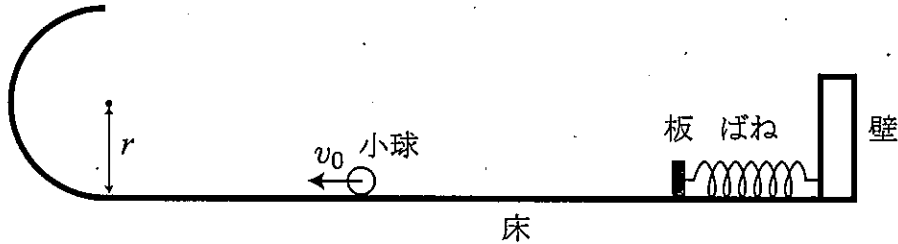


図1-1

- (1) 小球は、半円筒状の内面を離れることなく上昇し、内面から離れることなく静止した。その後、内面から離れることなく降下し、床を右向きに進んだ。このときの v_0 が満たす条件を g 、 r を用いて表せ。
- (2) 床を右向きに進む小球は、板と衝突した。衝突後、小球は左向きに速さ $\frac{v_0}{2}$ で進んだ。小球と板の反発係数 e を m 、 M を用いて表せ。
- (3) 次に、板の左側に接着剤を塗布して同様の実験を行ったところ、床を右向きに進んできた小球は板と完全非弾性衝突をした。その後、小球と板は一体となって、ばねによる単振動をはじめた。この単振動の振幅 a を v_0 、 m 、 M 、 k を用いて表せ。ただし、接着剤の質量は無視できるとする。
- (4) (3) において、小球が板と衝突してから最初にばねが最も縮むまでに要した時間を Δt とし、時間 Δt の間に小球と板がばねから受けた力の大きさの時間平均値を \bar{F} とする。 \bar{F} を v_0 、 m 、 M 、 k を用いて表せ。ただし円周率を π とする。

1 B

図1-2のように、傾きが 30° のなめらかで十分に長い斜面がある。小球を斜面上の点Oから、斜面に対して角度 θ の向きに速さ v_0 で発射した。ただし、 $30^\circ < \theta < 120^\circ$ とする。小球は発射点Oを基準として高さ h の位置に到達したのちに落下し、斜面に衝突した。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。ただし、小球の大きさ、および空気抵抗は無視できるものとする。

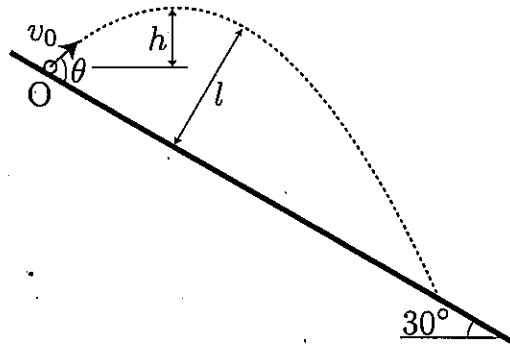


図 1-2

- (1) h を v_0 , g , θ を用いて表せ。
- (2) 点Oを原点とし、斜面にそって下向きに x 軸、斜面と垂直上向きに y 軸をとる。小球が斜面から最も離れたときの、斜面からの y 軸方向の距離を l とする。 l を v_0 , g , θ を用いて表せ。

次に、図1-3のように $\theta = 60^\circ$ に設定して小球を初速 v'_0 で発射し、小球が斜面に衝突して跳ね返る運動を観察した。小球が斜面と衝突した点をPとし、OP間の距離を d とする。

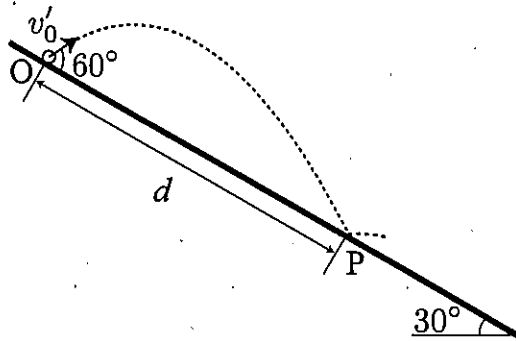


図 1-3

- (3) d を v'_0 , g を用いて表せ。
- (4) 小球が点Pに衝突し跳ね返った直後の、 x 軸方向の速度 v_x と y 軸方向の速度 v_y をそれぞれ求めよ。ただし、小球と斜面の反発係数を0.5とする。

問題2 (35点)

2A

図2-1のように、磁束密度 B の一様な磁場中で一巻きの長方形のコイル(辺 DE の長さ a 、辺 EF の長さ $2r$) を磁力線に垂直な軸のまわりに一定の角速度 ω ($\omega > 0$) で回転させる。コイルの辺 DE と辺 FG に誘導起電力が生じ、その起電力の向きが周期的に変わるため、端子 C 、 H 間に交流電圧が発生する。

図2-2はコイルの回転軸の方向から眺めた図であり、 x 軸と y 軸を図のようにとる。原点 O は回転軸上にあるとする。時刻 $t=0$ で、コイルの面 $DEFG$ は磁力線に垂直であり、コイルは $x=0$ の平面内にある。時刻 t での、面 $DEFG$ に垂直な線が磁力線となす角度は ωt で与えられる。誘導起電力の向きは、 $D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ に電流を流そうとする向きを正とする。端子 C 、 H 間の距離や、コイルを流れる電流が作る磁場の影響は無視できるほど小さいとする。以下の問いに答えよ。

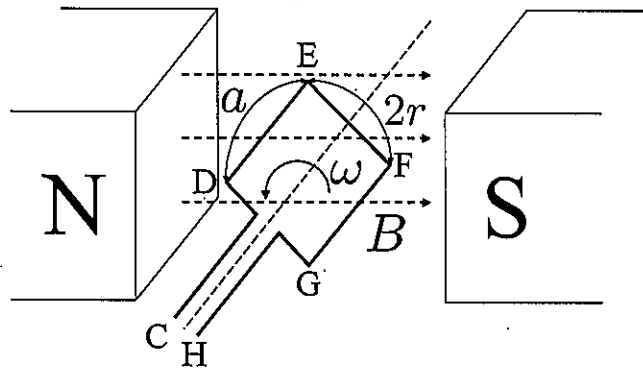


図 2-1

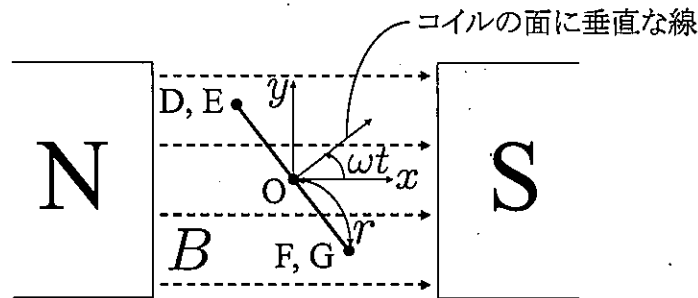


図 2-2

- (1) コイルの辺 DE の速度の大きさを求めよ。
- (2) 時刻 t での、コイルの辺 DE の x 軸方向の速度と y 軸方向の速度をそれぞれ求めよ。
- (3) 時刻 t での、コイルの辺 DE に生じる誘導起電力の大きさを求めよ。
- (4) 時刻 t での、端子 C 、 H 間に発生する誘導起電力を向きを含めて求めよ。

2B

電力損失のない理想的な変圧器を考える。図 2-3 のように、交流電源から送り出された電圧 V_1 、電流 I_1 、電力 P_1 の交流が、変圧器 A によって、電圧 V_2 、電流 I_2 の交流に変えられ、抵抗値 R の送電線で変圧器 B に送られる。送電線の終端での電圧を V_3 とする。ただし、電圧 V_1 、 V_2 、 V_3 と電流 I_1 、 I_2 は実効値とする。ここでは、電力は 1 周期についての平均の電力とし、電圧と電流の実効値の積で表されるとする。以下の問いに答えよ。

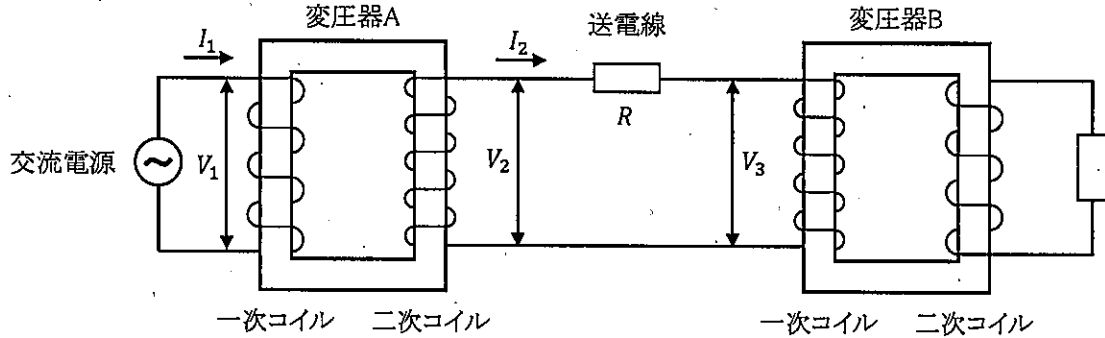


図 2-3

- (1) 電力 P_1 を V_1 、 I_1 を用いて表せ。
- (2) 電流 I_2 を P_1 、 V_2 を用いて表せ。
- (3) 電圧 V_3 を P_1 、 V_2 、 R を用いて表せ。
- (4) 交流電源から送り出された電力 P_1 と送電線の終端での電力 P_3 の比 $r = P_3/P_1$ を送電効率という。送電効率 r を P_1 、 V_2 、 R を用いて表せ。

2C

太陽電池は光エネルギーを電気エネルギーに変換する素子である。図2-4の中に示す記号を用いて、太陽電池を表す。出力電流 I は図中の矢印の向きを正とする。図中の点Bを基準として、点Aの電位を出力電圧 V ($V \geq 0$) とする。

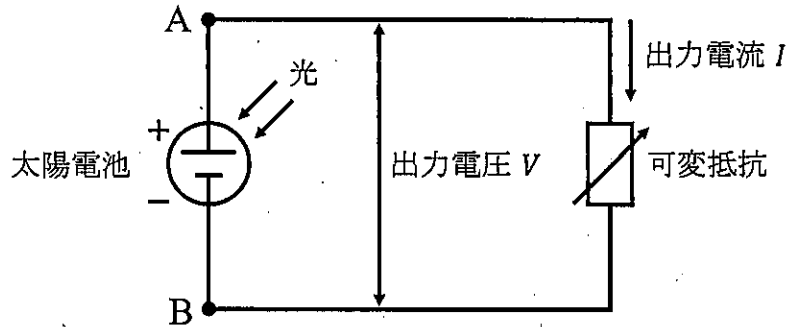


図2-4

このとき、 V の条件によって、 I は以下のように定まるものとする。

$$0 \leq V \leq V_0 \text{ のとき, } I = kL \quad (2-1)$$

$$V > V_0 \text{ のとき, } I = kL - \frac{1}{r}(V - V_0) \quad (2-2)$$

ここで、 L は太陽電池に照射される光の強度であり、 k 、 r 、 V_0 はすべて正の定数である。以下の問いに答えよ。

- (1) 太陽電池に強度 L の光を照射する。横軸を出力電圧 V 、縦軸を出力電流 I として、 $V \geq 0$ 、 $I \geq 0$ の領域に対して、式(2-1)と式(2-2)で表される V と I の関係をグラフに描け。

図2-4のように、太陽電池の端子間に可変抵抗を接続し、その抵抗値を R とする。太陽電池に強度 L の光を照射する。以下の問いでは、回路の導線の抵抗は無視してよい。このとき、(1)で描いた V と I の関係を示す線と、 $I = \frac{V}{R}$ の直線との交点が、実現される出力電圧 V と出力電流 I である。

- (2) 出力電圧 V が $0 \leq V \leq V_0$ をみたすときの出力電流 I を、 k 、 r 、 R 、 V_0 、 L の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 出力電圧 V が $V > V_0$ をみたすときの出力電流 I を、 k 、 r 、 R 、 V_0 、 L の中から必要なものを用いて表せ。
- (4) (2)と(3)のそれぞれの場合で、抵抗で消費される電力を、 k 、 r 、 R 、 V_0 、 L の中から必要なものを用いて表せ。

問題3 (30点)

3A

1モルの単原子分子の理想気体が、気密を保ちながら、なめらかに動くピストンをもつシリンダー内に閉じ込められている。この気体の圧力と体積を、図3-1に示すように状態AからA→B→C→Aの順にゆっくりと変化させた。B→Cの途中の状態をXとし、その体積をVとする。気体定数をRで表す。この気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ 、定圧モル比熱は $\frac{5}{2}R$ である。以下の問いに答えよ。

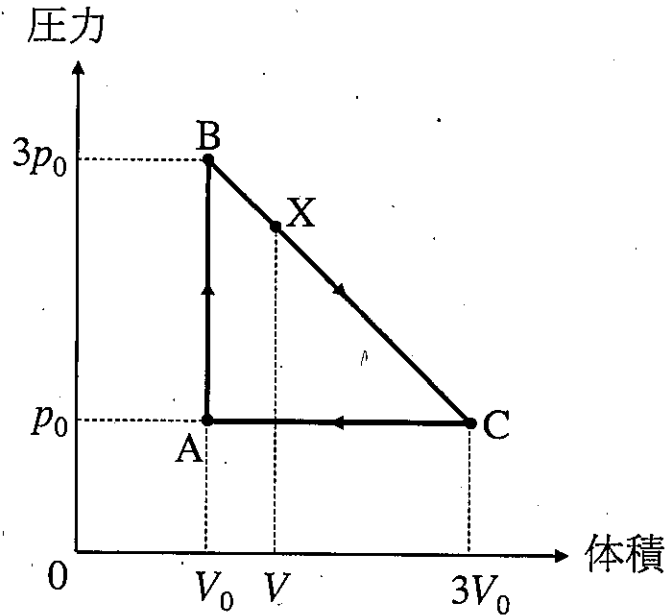


図3-1

- (1) A, B, Cでの絶対温度 T_A , T_B , T_C を p_0 , V_0 , R を用いて表せ。
- (2) A→B, B→C, C→A の過程で気体が外部にした、またはされた仕事を p_0 , V_0 を用いてそれぞれ表せ。ただし、気体が外部に仕事をした場合、された場合の仕事をそれぞれ正、負とする。
- (3) A→B, C→A の過程で気体が吸収した、または放出した熱量を p_0 , V_0 を用いてそれぞれ表せ。ただし、気体が熱を吸収した場合、放出した場合の熱量をそれぞれ正、負とする。
- (4) B→X の過程で気体がする仕事を p_0 , V_0 , V を用いて表せ。
- (5) B→X の過程での内部エネルギーの変化を p_0 , V_0 , V を用いて表せ。
- (6) B→X の過程で気体が吸収した、または放出した熱量を p_0 , V_0 , V を用いて表せ。ただし、気体が熱を吸収した場合、放出した場合の熱量をそれぞれ正、負とする。
- (7) (6)の結果から、B→Cの過程において、ある状態Yで吸熱から放熱に切り変わることがわかる。B→Yの過程で気体が吸収した熱量を p_0 , V_0 を用いて表せ。
- (8) サイクルA→B→C→Aを熱機関としたとき、その熱効率を求めよ。

3B

Aさんは、図3-2に示される多重スリットからなる焦点距離 f のレンズを作製したいと考えている。 xy 平面内において x 方向に進行する単色光(波長 λ)の平面波を、 y 軸上の $N+1$ 個のスリットからなる多重スリット $S_0, S_1, S_2, S_3, \dots, S_N$ に垂直に入射させる。多重スリットの回折光が x 軸上の座標 f に明線をつくるように、スリット S_n ($1 \leq n \leq N$)の y 座標 y_n を決定したい。ただし、 $y_0 = 0$ であり、 S_0 を通過する光だけは回折せずに直進するものとする。 f は y_N よりも十分大きいとする。また x^2 が1よりも十分小さいとき、近似式 $\sqrt{1+x^2} \approx 1 + \frac{x^2}{2}$ が成り立つ。以下の問いに答えよ。

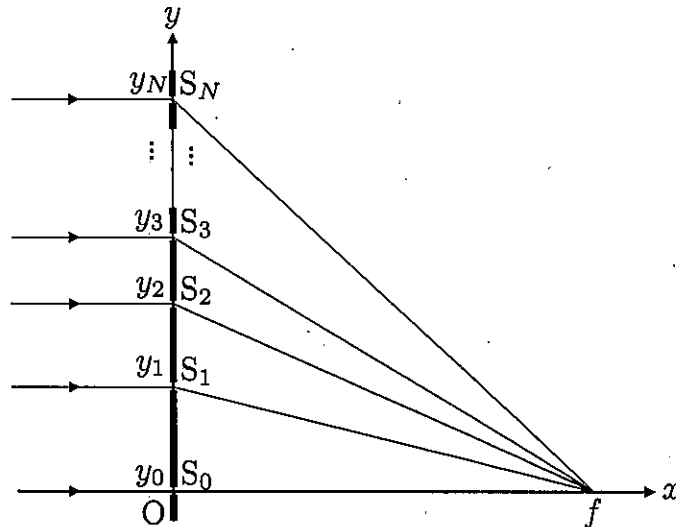


図3-2 (f に対して y_N を実際よりも大きくかいている)

- (1) スリット S_0 と S_1 のみを光が通ると考えたとき、 x 軸上にできる明線のうち、スリットから最も遠い位置にある明線の x 座標が f になるように y_1 を決定したい。 y_1 を λ, f を用いて表せ。
- (2) (1)で求めた y_1 を用いて、次にスリット S_1 と S_2 のみを光が通ると考えたとき、 x 軸上にできる明線のうち、スリットから最も遠い位置にある明線の x 座標が f になるように y_2 を決定したい。 y_2 を λ, f を用いて表せ。
- (3) 任意の n ($1 \leq n \leq N-1$)に対して、スリット S_n と S_{n+1} のみを光が通ると考えたとき、 x 軸上にできる明線のうち、スリットから最も遠い位置にある明線の x 座標が f になるように y_{n+1} を決定したい。 y_{n+1} を n, λ, f を用いて表せ。
- (4) 以上の結果をもとにして、Aさんは $y_1 = 5.0 \times 10^{-4}$ mとして多重スリットを作製した。波長 $\lambda = 5.0 \times 10^{-7}$ mの光が入射したときの焦点距離 f を求めよ。
- (5) 以下の(ア)~(ウ)に入る適当な語句を選択肢の中から選べ。
Aさんが作製した多重スリットからなるレンズでは、焦点距離は波長が長いほど[(ア)長く・短く]なる。ガラスのできた凸レンズでは、ガラスの屈折率は波長が長いほど[(イ)大きく・小さく]なるため、焦点距離は波長が長いほど[(ウ)長く・短く]なる。