

平成29年度
物理学科A0選抜課題探求試験問題
物理学（100点）
平成29年1月28日（土） 9：00～11：30

注意事項

1. 指示があるまでは、問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。
2. 問題冊子1部、解答冊子1部が配布されていることを確認すること。
3. 「はじめ」の指示があったら、解答を始める前にまず、問題冊子の表紙に続いて問題が7ページ分、解答冊子に解答用紙が5枚あることを確認し、全ての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては、最終的な答えだけではなく、その答えに至る筋道もていねいに記入すること。
5. 「おわり」の指示があったら、ただちに鉛筆を置くこと。
6. 試験終了後、解答冊子は回収するが、問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1 (35点)

1A

図1-1に示すように、水平な床に半径 r の円形の溝があり、その中に質量が m, M の小球A, Bが置かれている。小球は十分に小さく、それ自身の回転(自転)は無視でき、溝に沿った運動のみを考える。また、溝は幅が狭く、小球との隙間はないが、摩擦は無視できる。上方から見て反時計回りを正、AとBの反発係数(はね返り係数)を e ($0 < e < 1$)として、以下の問いに答えよ。

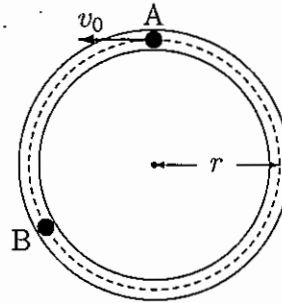


図1-1

- (1) Aには接線方向正の向きに初速 v_0 を与え、Bは別の場所で静止していたとする。この後、AとBは何度も衝突をくり返すことになる。その最初の衝突直後のA, Bの接線方向の速度 v_1, V_1 を求めよ。
- (2) 時間が十分に経過して多数の衝突をくり返した末、最終的にA, Bの接線方向の速度が等しくなる。その最終速度 U を求めよ。
- (3) A, Bが問(2)の最終速度に至ったとき、AとBの運動エネルギーの和は最初の衝突前に比べて ΔE だけ小さい。 ΔE を求めよ。また、減少したエネルギーはどうなったか。

次に、図1-2に示すように、溝のある床面全体を水平面に対して角度 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)だけ傾けた。溝の最高点、最下点をそれぞれP, Qとする。重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。

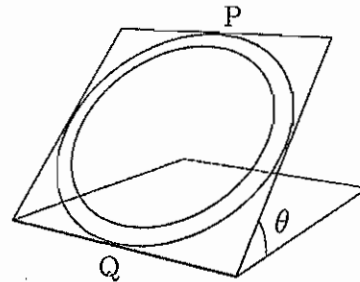
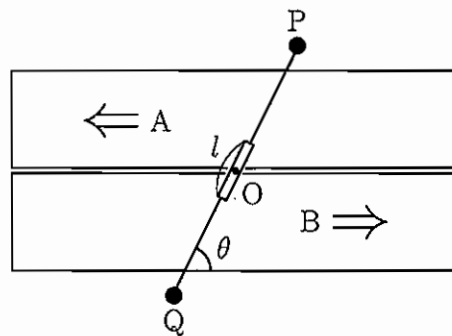


図1-2

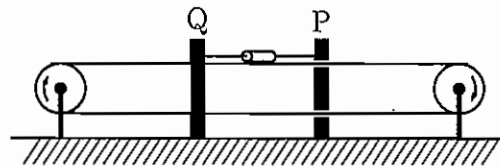
- (4) Bを点Qで静止させ、Aには点Pで接線方向正の向きに初速 v_0 ($v_0 > 0$)を与えると、Aは点Qまで運動してBに衝突する。この衝突直後、Aの速度の向きが逆転し、接線方向負の向きになるための条件を求めよ。
- (5) 問(4)の条件のもとで、Aが点Qに至った経路を逆にたどり、点Pに戻って静止するための v_0 を求めよ。

1B

図1-3に示すように、床の上に2台のベルトコンベア A, B が隙間なく設置されている。A, B の上面は床から同じ高さで水平に保たれ、その上に質量が m で長さが l の細い一様な管が置かれている。ただし、 l はベルト A およびベルト B の幅より短い。管には糸が通されており、糸の両端は支柱 P, Q に結ばれ、たるみなく張られている。A と B の境界線上を交差する糸の点を O とし、図のように、糸がベルトの運動方向となす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。A の上面は左向き、B の上面は右向きに動いているが、今、管はその中心が点 O に重なっており、床に対して静止している。以下、管の位置は運動中も常に A と B の両方に接する範囲内にあり、運動は糸に沿った方向 (Q から P への向きを正) に限るとする。糸と管の摩擦は無視するが、管とベルトの間の動摩擦係数を μ 、重力加速度を g とし、以下の問いに答えよ。



上から見た図



横から見た図

図1-3

- (1) 管を糸に沿って正の向きに x ($x > 0$) だけずらした。管が A, B から受ける垂直抗力の大きさ N_A, N_B を求めよ。
- (2) 問(1)の状態、管に働く糸に沿った方向の力 F の向きと大きさを求めよ。
- (3) 続いて、管を初速ゼロで離すと、管は単振動を始めた。その周期 T を求めよ。
- (4) この管の単振動における最大の速さ v_{max} を求めよ。
- (5) 管が最大の速さになると同時に A と B を急停止させた。すると、管は糸に沿ってさらに距離 d だけずれた位置で静止した。 d を求めよ。

問題 2 (35 点)

2A

図 2-1 のように座標軸を定め、 y 軸方向の幅 d 、 z 軸方向の厚さ h の試料が置かれている。磁束密度の大きさ B の一様な磁場が、 z 軸方向にかかっているとする。試料に x 軸方向の電流を流すと、試料中の電子は磁場から受ける力により移動し、試料の P 面と Q 面は帯電する。帯電した電荷により PQ 間で一様な電場が誘起され、試料中の電子はその電場からも力を受ける。いま、磁場から受ける力と電場から受ける力が釣り合う状態で、試料に一様に x 軸方向の電流が流れているとする。電子の電荷を $-e$ ($e > 0$)、試料中の自由電子の数密度を n 、自由電子の速さを v として、以下の問いに答えよ。

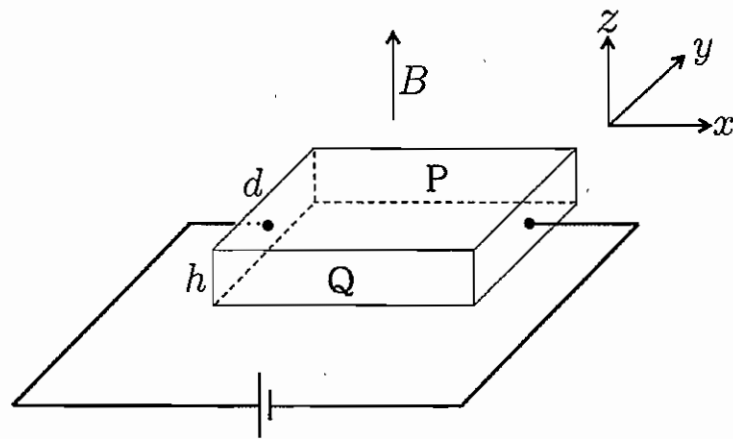


図2-1

- (1) 試料中の自由電子が磁場から受ける力の大きさと向きを求めよ。
- (2) PQ 間に誘起される電場の大きさと向きを求めよ。
- (3) Q 面に対する P 面の電位 ϕ を求めよ。
- (4) 試料に流れる電流 I を d, h, B, e, n, v のうち必要なものを用いて表せ。
- (5) 自由電子の数密度 n を d, h, B, e, I, ϕ のうち必要なものを用いて表せ。
- (6) 試料の大きさは、幅 $d = 2.0 \times 10^{-3}$ m、厚さ $h = 1.0 \times 10^{-3}$ m で、自由電子の数密度は、 $n = 2.0 \times 10^{23} / \text{m}^3$ とする。電流 $I = 1.0$ A が流れているとき、Q 面に対する P 面の電位を測定したところ、 $\phi = 5.0 \times 10^{-3}$ V であった。必要な値を用いて、磁束密度の大きさ B [T] を求めよ。ただし、電子の電荷の大きさは、 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C とせよ。また、磁束密度の単位が $\text{T} = \text{Vs}/\text{m}^2$ と表されることを用いて良い。

図2-2において、点Aで静止していた電荷 $-e$ ($e > 0$)、質量 m の電子を点Aと点Bの間の電位差 ϕ で速さ v_0 に加速する。加速された電子は点Cに向かって等速直線運動をし、点Cで領域1に突入する。領域1には、点Cでの電子の速度の方向に距離 L の範囲で、垂直な方向に大きさ E の一様な電場がある。電子は点Cを通過後に電場中で運動し、図に示す角度 β の方向の速度で点Dに到達して、領域1から出てくる。領域1を出た電子は領域2内の点Oに向かって等速直線運動をする。電子が点Oに到達した時刻以降、領域2内に y 軸方向で磁束密度の大きさ B の一様な磁場をかける。電子は点Oを通過後、領域2内で y 軸方向には力を受けずに等速運動をし、 y 軸に垂直な平面内では磁場と速度に垂直な方向に力を受けて等速円運動をする。以下の問(6)と問(7)以外は、 e, m, ϕ, L, E, B のうち必要なものを用いて答えよ。

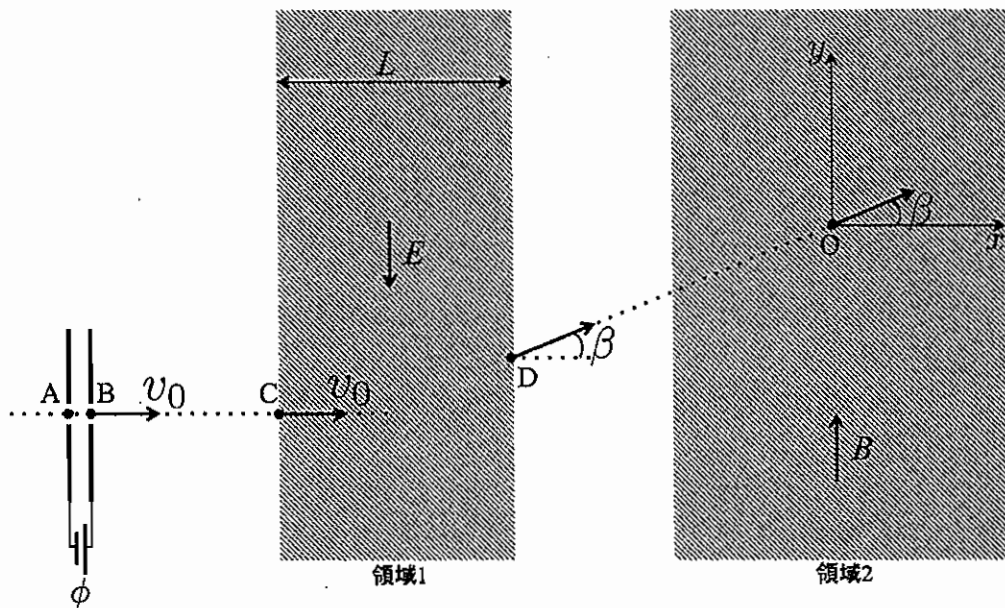


図2-2

- (1) 点Bにおける電子の速さ v_0 を求めよ。
- (2) 電子が点Cから点Dまで運動するのにかかる時間を求めよ。
- (3) 点Dにおける電子の速度の方向を表す角度 β について、 $\tan \beta$ を求めよ。
- (4) 領域2における電子の y 軸に垂直な平面内での等速円運動の半径と周期を求めよ。
- (5) 電子は点Oを通過して問(4)の等速円運動の1周期後に、点Oから距離 d 離れた y 軸上の点を通る。 d を求めよ。
- (6) 電子の比電荷 $\frac{e}{m}$ を ϕ, L, E, B, d を用いて表せ。
- (7) 問(6)で $\phi = 2.0 \times 10^4$ V、 $L = 1.0$ m、 $E = 2.0 \times 10^3$ V/m、 $B = 3.0 \times 10^{-3}$ T としたとき、 $d = 5.0 \times 10^{-2}$ mであった。電子の比電荷 $\frac{e}{m}$ [C/kg] を求めよ。ここで、必要ならば、 $\pi^2 = 1.0 \times 10^1$ として良い。また、磁束密度の単位が $T = \text{Vs/m}^2$ と表されることを用いて良い。

問題 3 (30 点)

虹は、太陽光が空気中の水滴で屈折や反射をするとき、太陽光に含まれる光の波長(色)によって光の経路が異なることから生じる現象である。虹の原理について考察する。図 3-1 は、ある特定の波長の光線が球状の水滴の表面で屈折や反射をする経路を示したものである。まず点 S から水平方向に点 P に入射角 α で入射し、屈折角 β で屈折する。さらに点 Q で反射し、点 R で屈折して水滴外へ出射する。水の屈折率を n とする。入射光と出射光のなす角を出射角とよび、 θ で表す。光の経路は水滴の中心 O と点 S、点 P を含む平面内にあるとする。入射光の延長線と出射光の延長線が交わる点 T とする。以下の問いに答えよ。

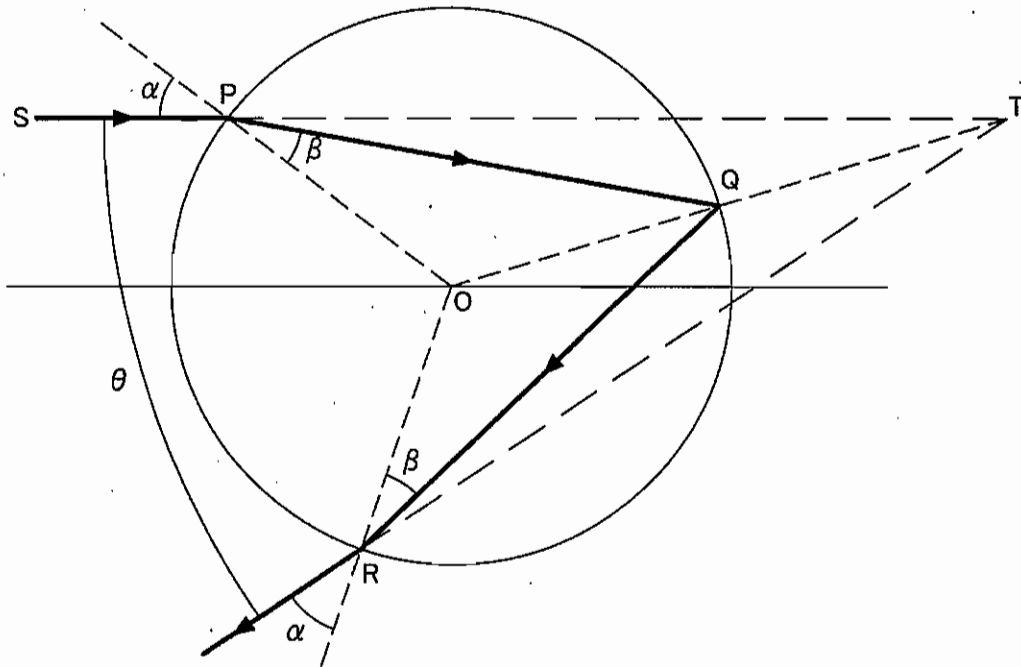


図 3-1

- (1) $\angle OQP$ 、 $\angle OQR$ 、 $\angle QPT$ 、 $\angle QRT$ 、 $\angle QTP$ 、 $\angle QTR$ を、それぞれ α 、 β のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 出射角 θ を α と β で表せ。
- (3) α と β の関係を n を用いて書け。
- (4) 光線が中心 O を通る軸に沿って入射するとき、入射角 α 、出射角 θ ともに 0 である。 α の関数として θ は変化し、ある入射角で最大出射角をとる。赤色の光に対して、水の屈折率 n は 1.33 である。このとき、表 3-1 を用いて $\alpha = 30, 60, 75$ 度に対する

る θ として最も近い値を 2 桁で求めよ。

(5) 問 (4) の結果に基づいて、 α に対する θ の関係として正しいものを図 3-2 の (a) ~ (d) の中から選べ。

(6) 水の屈折率 n は光の波長とともに変化する。紫色の光に対して、 n は 1.34 である。したがって、図 3-1 において点 S から入射し水滴表面の点 P で屈折した光は、波長によって異なる経路を通過して水滴から出射する。このとき、紫色の光の出射角 θ は、赤色の光と比べてどのように変化するか。途中の考察とともに答えよ。

(7) 問 (6) の考察をふまえて、解答用紙の図に記載された経路を赤色の光が進む経路としたとき、紫色の光の経路を同じ図の中に描け。

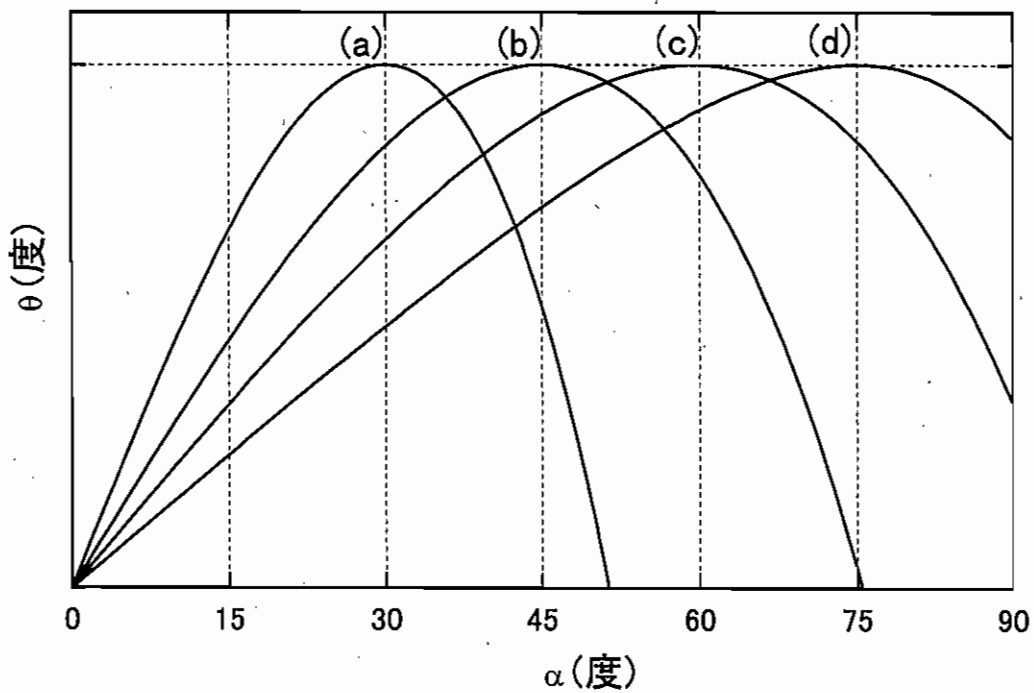


図 3-2

(表 3-1) 角度 ϕ に対する $\sin \phi$ の近似値

ϕ (度)	$\sin \phi$	ϕ (度)	$\sin \phi$	ϕ (度)	$\sin \phi$	ϕ (度)	$\sin \phi$	ϕ (度)	$\sin \phi$
1	0.017	21	0.358	41	0.656	61	0.875	81	0.988
2	0.035	22	0.375	42	0.669	62	0.883	82	0.990
3	0.052	23	0.391	43	0.682	63	0.891	83	0.993
4	0.070	24	0.407	44	0.695	64	0.899	84	0.995
5	0.087	25	0.423	45	0.707	65	0.906	85	0.996
6	0.105	26	0.438	46	0.719	66	0.914	86	0.998
7	0.122	27	0.454	47	0.731	67	0.921	87	0.999
8	0.139	28	0.469	48	0.743	68	0.927	88	0.999
9	0.156	29	0.485	49	0.755	69	0.934	89	1.000
10	0.174	30	0.500	50	0.766	70	0.940	90	1.000
11	0.191	31	0.515	51	0.777	71	0.946		
12	0.208	32	0.530	52	0.788	72	0.951		
13	0.225	33	0.545	53	0.799	73	0.956		
14	0.242	34	0.559	54	0.809	74	0.961		
15	0.259	35	0.574	55	0.819	75	0.966		
16	0.276	36	0.588	56	0.829	76	0.970		
17	0.292	37	0.602	57	0.839	77	0.974		
18	0.309	38	0.616	58	0.848	78	0.978		
19	0.326	39	0.629	59	0.857	79	0.982		
20	0.342	40	0.643	60	0.866	80	0.985		